OLIMPÍADAS
PORTUGUESAS DE MATEMÁTICA
http://www.spm.pt/olimpiadas

XXXV OPM - Final - 1º Dia - 06.04.2017 - Categoria A - 8º/9º anos

Duração: 3 horas
Questão 1: 16 pontos
Questões 2 e 3: 7 pontos cada

Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.
Não é permitido o uso de calculadoras.

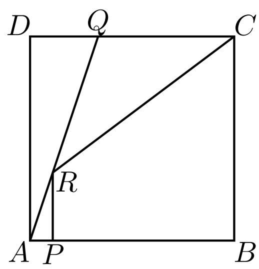
1. (a) Num quadriculado 2017×2017 pintam-se as duas diagonais de azul. Qual é a razão entre o número de casas azuis e brancas?

A) $\dfrac{4033}{2016^2}$ B) $\dfrac{4034}{2016^2}$ C) $\dfrac{2}{2017}$ D) $\dfrac{4033}{2017^2}$ E) $\dfrac{4034}{2017^2}$

(b) Se um quadrado perfeito termina em 84 e o quadrado perfeito anterior termina em 29, como termina o quadrado perfeito seguinte?

A) 01 B) 11 C) 21 D) 31 E) 41

(c) Sejam $[ABCD]$ um quadrado de lado 9, P um ponto no segmento $[AB]$ tal que $\overline{PA} = 1$, Q um ponto no segmento $[CD]$ tal que $\overline{QD} = 3$ e R o ponto de interseção de AQ com a paralela a AD que passa por P. Quanto mede $[CR]$?.

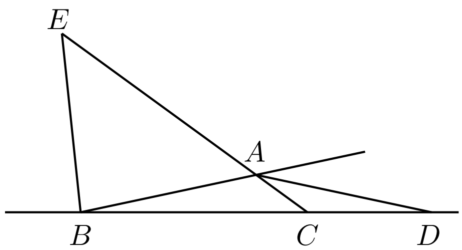


A) 7 B) 9 C) 10 D) 12 E) 13

(d) Quantas sucessões $x_1, x_2, x_3, \ldots,$ de zeros e uns existem tais que, para qualquer $n \in \mathbb{N}$, se tem $x_n = x_{2n+1} = x_{4n+1}$?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) uma infinidade

2. Seja $[ABC]$ um triângulo com lado maior $[BC]$ e $B\widehat{C}A = 3\,A\widehat{B}C$. A bissetriz do ângulo externo em A interseta BC em D e a bissetriz do ângulo externo em B interseta AC em E. Sabendo que $\overline{AD} = \overline{BE}$, determina $A\widehat{B}C$.



3. Numa competição participaram n atletas, numerados de 1 a n. Ao ver os atletas, o Emídio comentou: "É possível dividir os atletas em mais do que uma equipa, cada uma com um capitão, de modo a que o número do capitão seja igual à soma dos números dos restantes membros da sua equipa."

O seu amigo Júlio respondeu-lhe: "Sim, e temos o menor número de atletas para o qual uma divisão assim é possível!"

Quantos atletas participaram na competição?