XXXV OPM - 1ª Eliminatória - 9.11.2016 - Categoria Júnior - 6º/7º anos

Questão 1:
cada opção correta: 4 pontos
cada opção errada: -1 ponto
Questões 2, 3, 4: 8 pontos cada

Sugestões para a resolução dos problemas

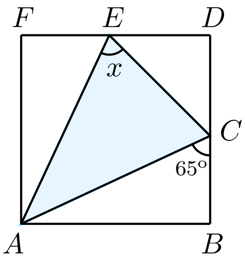
1. (a) Opção B.
   (b) Opção B.
   (c) Opção A.
   (d) Opção C.

2. A Daniela disse que terminou entre o André e a Beatriz, mas o André disse que terminou em primeiro e a Beatriz disse que terminou em segundo, o que seria impossível se tivessem os três dito a verdade. Portanto o aluno que mentiu foi o André, ou a Beatriz ou a Daniela. Sabemos então que o Carlos e a Elisa disseram a verdade, e sendo assim o Carlos chegou em terceiro lugar, e a Elisa terminou entre o Carlos e a Beatriz. Mas a Beatriz disse que terminou em segundo lugar, e portanto é ela a mentirosa porque só pode ter ficado em primeiro ou em quinto lugar. Em primeiro lugar ficou o André porque ele disse a verdade, donde podemos concluir que a Beatriz ficou em quinto lugar.

3. Por construção do padrão de azulejos, temos $\overline{DC} = \overline{DE}$ e $\overline{BC} = \overline{FE}$.

   Resolução 1

   Como $\overline{DC} = \overline{DE}$ e $[ABDF]$ é um quadrado, o triângulo $[CDE]$ é retângulo e isósceles. Logo, $C\hat{E}D = D\hat{C}E = 45^{\circ}$ (porque $90 + 2 \times 45 = 180$). Como $\overline{AB} = \overline{AF}$ e $A\hat{B}C = A\hat{F}E = 90^{\circ}$ concluimos, pelo critério LAL, que os triângulos $[ABC]$ e $[AFE]$ são congruentes. Assim, $A\hat{E}F = A\hat{C}B = 65^{\circ}$.
   Portanto, $x = 180 - 45 - 65 = 70^{\circ}$.



   Resolução 2

   Como o triângulo $[ABC]$ é retângulo em B, temos $B\hat{A}C = 90 - 65 = 25^{o}$. Como $\overline{AB} = \overline{AF}$ e $A\hat{B}C = A\hat{F}E = 90^{\circ}$ concluimos, pelo critério LAL, que os triângulos $[ABC]$ e $[AFE]$ são congruentes. Assim, $B\hat{A}C = F\hat{A}E = 25^{\circ}$. Da congruência, concluimos também que $\overline{AC} = \overline{AE}$. Logo, o triângulo $[ACE]$ é isósceles, tem-se $E\hat{A}C = 90 - 2 \times 25 = 40^{\circ}$ e portanto $x = \frac{1}{2}(180 - 40) = 70^{\circ}$.

4. Comecemos por contar quantos números entre 1 e 250 contêm o algarismo 7. Com um algarismo há apenas um número. Com dois algarismos existem 18 números: 10 números que começam por 7 e 8 números que não começam por 7 mas terminam em 7. Finalmente, com 3 algarismos há 5 números que começam por 2 e terminam em 7; há 10 números que começam por 17 e existem 9 números que começam por 1 e terminam em 7, não contanto com o número 177 que já foi contado anteriormente. Há assim 43 números entre 1 e 250 que contêm o algarismo 7.

   Entre 1 e 250 há 35 múltiplos de 7, pois $35 \times 7 = 245$ e $36 \times 7 > 250$. Destes, só os números $7, 70, 77, 147, 175$ e 217 têm o algarismo 7.

   Portanto, o Papanúmeros come $250 - 43 - 35 + 6 = 178$ números.