XXXIX OPM - Final - 11.09.2021 - Categoria Júnior - 6º/7º anos

Duração: 3 horas
Questão 1: 16 pontos
Questões 2, 3 e 4: 8 pontos cada

Sugestões para a resolução dos problemas

1. (a) Um cateto de cada triângulo mede o dobro do comprimento do retângulo e o outro cateto mede o mesmo que a largura. Logo cada triângulo tem a mesma área do retângulo, ou seja, 17 cm2. Portanto, a área total do convite é $5 \times 17 = 85$ cm^2.

   Opção correta: D)

   (b) A quantidade total de sumo é $15 + 16 + 19 + 20 + 31 = 101$ dl. Como cada copo servido leva 3 dl de sumo, a quantidade total de sumo dá para 33 copos, sobrando 2 dl de sumo. Portanto, a quantidade de sumo final foi um múltiplo de 3 mais 2 dl. Portanto, o único jarro possível é o de $20 = 6 \times 3 + 2$ dl.

   Opção correta: D)

   (c) O algarismo das unidades das potências de 2 repete-se de quatro em quatro: $2, 4, 8, 6, 2, \ldots$

   Como $2021 = 505 \times 4 + 1$, então o algarismo das unidades de 2^{2021} é 2.

   Logo a algarismo das unidades de $2^{2021} + 0^{2021} + 1^{2021} + 2^{2021}$ é $2 + 0 + 1 + 2 = 5$.

   Opção correta: C)

   (d) O número de medalhados é um sexto do número de não medalhados, logo é um sétimo do total. Portanto, houve $21/7 = 3$ amigos medalhados e $3 \times 6 = 18$ amigos não medalhados.

   Os amigos não medalhados receberam entre 18 e $18 \times 2 = 36$ rebuçados, logo os amigos medalhados receberam entre $54 - 36 = 18$ e $54 - 18 = 36$ rebuçados.

   Como não houve medalhas de prata, houve 1 medalha de ouro e 2 de bronze. Assim, os amigos medalhados receberam $20 + 2 \times 5 = 30$ rebuçados e os não medalhados receberam $54 - 30 = 24$ rebuçados, dos quais $24 - 18 = 6$ menções honrosas.

   Opção correta: A)

2. Na última ronda, os vencedores duplicaram as suas fichas, logo no início dessa ronda tinham $24/2 = 12$ fichas. Portanto, o perdedor tinha $24 + 12 + 12 = 48$ fichas.

   No início da segunda ronda, os vencedores tinham $48/2 = 24$ e $12/2 = 6$ fichas e o perdedor tinha $12 + 24 + 6 = 42$ fichas.

   No início da primeira ronda, os vencedores tinham $24/2 = 12$ e $42/2 = 21$ fichas e o perdedor tinha $6 + 12 + 21 = 39$ fichas.

3. Como $\overline{OB} = \overline{OA}$, então $O\hat{A}B = O\hat{B}A = \dfrac{180 - 80}{2} = 50°$, uma vez que a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é $180°$.

   Como $\overline{BA} = \overline{BC}$, então $B\hat{C}A = B\hat{A}C = 50/2 = 25°$, uma vez que a amplitude de um ângulo externo de um triângulo é igual à soma das amplitudes dos ângulos internos não adjacentes.

4. Como todos os participantes estavam a conversar, as respostas obtidas foram $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ e 9.

   A pessoa que estava a conversar com a pessoa que respondeu 1 é a única que conversou com ela, logo é a única que pode ter respondido 9.

   A pessoa que estava a conversar com a pessoa que respondeu 2 é, para além da pessoa que respondeu 9, a única que conversou com ela, logo é a única que pode ter respondido 8.

   Repetindo o raciocínio, concluimos que a pessoa que respondeu 3 estava a falar com a pessoa que respondeu 7 e a pessoa que respondeu 4 estava a falar com a pessoa que respondeu 6.

   Portanto, a Sofia respondeu 5.