XXXIX OPM - 2ª Eliminatória - 28.04.2021 - Categoria Júnior - 6°/7° anos

Questão 1:
cada opção correta: 4 pontos
cada opção errada: -1 ponto
Questões 2, 3, 4: 8 pontos cada

Sugestões para a resolução dos problemas

1. (a) Como se pode observar na figura, os triângulos que o Belchior recortou ocupam $\frac{1}{4}$ da área do retângulo inicial. Portanto a coroa ocupa $\frac{3}{4}$ do retângulo inicial. Opcão C)

   (b) Se o primeiro algarismo do número mago é par, poderá ser $2, 4, 6$ ou 8, logo temos 4 possibilidades. O segundo algarismo, neste caso, terá de ser ímpar $(1, 3, 5, 7$ ou $9)$, logo temos 5 possibilidades. Assim, haverá $4 \times 5 = 20$ números magos deste tipo. Se o primeiro algarismo do número mago é ímpar, poderá ser $1, 3, 5, 7$ ou 9, logo temos 5 possibilidades. O segundo algarismo, neste caso, terá de ser par $(0, 2, 4, 6$ ou $8)$, logo temos 5 possibilidades. Assim, haverá $5 \times 5 = 25$ números magos deste tipo. Portanto, no total, haverá $20 + 25 = 45$ números magos. Opcão E)

   (c) Ao somarmos o resultado obtido pelo Baltazar com o resultado obtido pelo Gaspar obtém-se o triplo da soma do comprimento com a largura do retângulo. Assim, a soma do comprimento com a largura é $\frac{1}{3}(44 + 40) = 28$. O perímetro do retângulo mede $2 \times 28 = 56$ cm. Opção C)

   (d) Como o vencedor obteve o dobro dos votos do adversário e 64% votaram no vencedor, 32% votaram no outro candidato. Assim $100 - (64 + 32) = 4\%$ dos sócios não votaram. Sabemos que foram 3 sócios que não votaram, se x é o número de sócios do clube, tem-se

$$\begin{array}{c} 4 - 100 \\ 3 - x \end{array}$$

   logo $x = \frac{300}{4}$. O clube tem 75 sócios. Opção B)

2. A formiga demora $10 + 1 + 10 + 1 = 22$ segundos a dar uma volta completa e virar-se até ficar na posição original. Como $2021 = 91 \times 22 + 19$, então, ao fim de 2021 segundos, a formiga deu 91 voltas completas e gastou 19 segundos na última volta. Nesta última volta, gastou 11 segundos na primeira metade e mais 8 segundos, pelo que a formiga terminou no número $10 - 8 = 2$.

3. Do enunciado vem diretamente que:

   (a) Área$[ABCD] = \overline{AB} \times \overline{BC} = 60$;

   (b) Área$[ABE] = \frac{\overline{AB} \times \overline{BE}}{2} = 12$;

   (c) Área$[ECF] = \frac{\overline{EC} \times \overline{CF}}{2} = 7,5$.

   Das duas primeiras igualdades deduzimos que $\overline{AB} = \dfrac{60}{\overline{BC}} = \dfrac{24}{\overline{BE}} \Rightarrow \overline{BE} = \dfrac{2}{5}\overline{BC}$, donde se deduz que $\overline{EC} = \frac{3}{5}\overline{BC}$, e portanto $\overline{EC} = \dfrac{36}{\overline{AB}}$. Usando agora a terceira igualdade, sabemos que $\overline{EC} = \dfrac{15}{\overline{CF}}$ donde podemos concluir que $\dfrac{36}{\overline{AB}} = \dfrac{15}{\overline{CF}}$ e que $\overline{DF} = \overline{AB} - \dfrac{15}{36}\overline{AB} = \dfrac{21}{36}\overline{AB}$.

   Finalmente podemos calcular que Área$[AFD] = \dfrac{\overline{AD} \times \overline{DF}}{2} = \dfrac{1}{2}\overline{BC} \times \dfrac{21}{36}\overline{AB} = \dfrac{1}{2}\dfrac{60 \times 21}{36} = 17,5$.

   Área$[AEF]$ =Área$[ABCD]$-(Área$[ABE]$+Área$[ECF]$+Área$[EFD]$)$= 60 - (12 + 7,5 + 17,5) = 23$cm^2.

4. Há 5 escolhas possíveis para a letra do par de letras consecutivas iguais e 3 escolhas possíveis para a posição desse par (no início, no meio ou no fim da palavra). Para cada uma das restantes letras há 4 escolhas possíveis. Assim, ao todo há $5 \times 3 \times 4 \times 4 = 240$ palavra no idioma Cinquês.