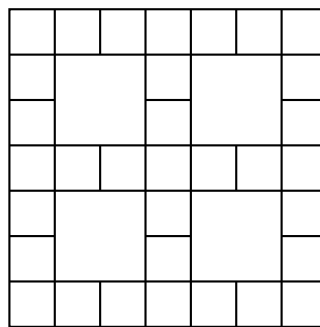


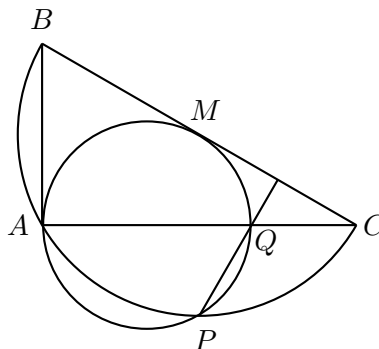


*Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.  
Não é permitido o uso de calculadoras.*

1. O Marco dividiu um número natural por 29, por 39 e por 59. Em seguida somou os três restos das divisões e obteve o número inicial. Determina todos os números com que o Marco pode ter começado.
2. O gato Quico encontra-se no canto inferior esquerdo deste quadrado e pretende chegar ao canto superior direito. As linhas pretas representam os caminhos por onde o Quico pode andar. Sabendo que ele anda sempre da esquerda para a direita ou de baixo para cima, de quantas maneiras diferentes é que ele pode fazer o caminho?



3. Seja  $[ABC]$  um triângulo em que  $\angle A = 90^\circ$  e  $\angle C = 30^\circ$ . A circunferência que passa por  $A$  e é tangente a  $[BC]$  no seu ponto médio  $M$  intersesta a circunferência que passa por  $A, B$  e  $C$  nos pontos  $A$  e  $P$  e intersesta  $AC$  nos pontos  $A$  e  $Q$ . Mostra que  $PQ$  é perpendicular a  $BC$ .



4. Cem piratas, ordenados de 1 a 100, querem partilhar um tesouro formado por 2016 moedas de ouro. O pirata número 1 começa por fazer uma proposta de divisão das moedas. Se essa proposta for aceite por mais de metade dos piratas (incluindo o seu próprio voto), ela é executada. Caso contrário, o pirata número 1 é expulso e cabe agora ao pirata número 2 fazer uma proposta de divisão das moedas entre os piratas 2 a 100. O processo repete-se até haver uma proposta aceite por mais de metade dos piratas ainda não expulsos.

O código do piratas, conhecido e respeitado por todos, estipula que:

- cada pirata rejeita uma proposta se tiver a certeza de que, caso a proposta não passe, o resultado final será melhor ou igual para si próprio; caso contrário aceita a proposta.
- se um pirata pode fazer duas propostas que mais de metade dos piratas aceitem, então ele faz a melhor proposta possível para si próprio (se as duas forem iguais para si próprio, faz uma à sorte).

Quantas moedas propõe o pirata número 1 para si próprio?