Questão 1:
cada opção correta: 4 pontos
cada opção errada: -1 ponto
Questões 2, 3, 4: 8 pontos cada

Sugestões para a resolução dos problemas

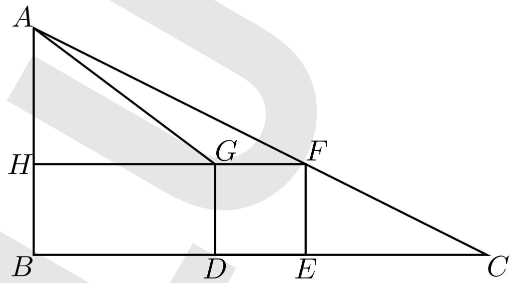
1. (a) Opção E. (*Se fossem apenas* 16*, cada amigo poderia excluir* 4 *filmes diferentes.*)
   (b) Opção B. (*Tem-se* $25 + x = 10 + 30$.)
   (c) Opção C. (*De* $D = S + M + P$ *e* $2D = S + 3M + 5P$ *vem* $S - M = 3P$.)
   (d) Opção E. (*Podem ter sido dadas as classificações* $10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 0$.)

2. Recorde-se que como 100 é divisível por 4, um número é divisível por 4 se e só se o número formado pelos seus dois últimos algarismos o for. Entre 00 e 96 há $100/4 = 25$ terminações possíveis divisíveis por 4. Três destas (00, 44 e 88) repetem algarismos, pelo que não poderão ser usadas. Resta saber de quantas formas diferentes se pode completar cada terminação para formar um número de quatro algarismos todos distintos. Depois de fixar os últimos dois algarismos, restam 8 para usar e existem duas hipóteses:

   - Se já usámos o zero, o que acontece em seis casos ($04, 08, 20, 40, 60, 80$), então existem 8 possibilidades para a casa dos milhares restando depois 7 para a casa das centenas.
   - Se ainda não usámos o zero, o que acontece nos $25 - 3 - 6 = 16$ casos restantes, então existem apenas 7 escolhas para a casa dos milhares, já que se for zero o número não terá 4 algarismos. A casa das centenas tem ainda 7 possibilidades distintas.

   O senhor Abílio terá assim de comprar $6 \times 8 \times 7 + 16 \times 7 \times 7 = 1120$ bilhetes.

3. Sejam x o lado do quadrado e H o ponto de interseção da reta FG com o lado $[AB]$ do triângulo. Então $\overline{AH} = 5 - x$. Os triângulos $[ABC]$ e $[AHF]$ são semelhantes, portanto $\dfrac{\overline{HF}}{\overline{AH}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \dfrac{10}{5} = 2$, ou seja, $\overline{HF} = 2(5 - x)$.



   O triângulo $[AHG]$ é retângulo, $\overline{AG} = 5$ e $\overline{HG} = \overline{HF} - \overline{GF} = 2(5 - x) - x = 10 - 3x$. Pelo Teorema de Pitágoras vem que
   $\overline{AG}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{HG}^2 \Leftrightarrow 25 = (5 - x)^2 + (10 - 3x)^2 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = 5.$
   Como $\overline{AH} > 0$, então $x < 5$, pelo que a medida do lado do quadrado é igual a 2.

4. Se em cinco números consecutivos, nenhum dos quatro primeiros terminar em 9, as somas dos seus algarismos são também cinco números consecutivos. Caso contrário, as somas dos algarismos formam dois grupos de números consecutivos. Um destes grupos tem necessariamente 3 ou mais elementos.

   Assim, em qualquer caso, há três somas de algarismos que são números consecutivos, portanto uma delas não é um número primo. Conclui-se assim que os cinco números não podem ser todos familiares.

   Para ver que é possível ter 4 números familiares entre cinco números consecutivos, basta observar que entre os números $197, 198, 199, 200$ e 201, cujas somas de algarismos são respetivamente $17, 18, 19, 2$ e 3, apenas 18 não é primo, ou seja, apenas 198 não é familiar.