

Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.
Não é permitido o uso de calculadoras.

4. (a) O César tocou uma composição musical com 2015 notas, repetindo a seguinte série de notas:

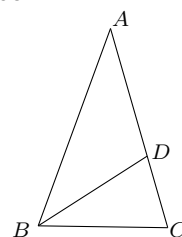
Dó, Ré, Mi, Fá, Mi, Ré, Sol, Fá.

Qual foi a última nota que o César tocou?

- A) Dó B) Ré C) Mi D) Fá E) Sol

- (b) No triângulo $[ABC]$, o ponto D pertence a $[AC]$, $\overline{BC} = \overline{BD}$ e BD é a bissetriz do ângulo ABC . Sabendo que $\overline{AB} = \overline{AC}$, determina \widehat{BAC} .

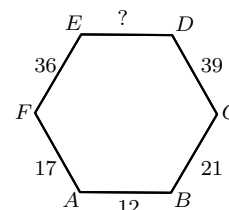
- A) 16° B) 36° C) 50° D) 60° E) 72°



- (c) O César aplica a seguinte sequência de operações a cada número que escreve no quadro: divide o número por dois, adiciona dois ao resultado dessa divisão, multiplica essa soma por dois, por fim, subtrai dois ao produto e escreve o resultado final no quadro. Se o César começou por escrever o número 11, quantas vezes aplicou a sequência de operações até escrever no quadro, pela primeira vez, um número de quatro algarismos?

- A) 495 B) 496 C) 497 D) 498 E) 499

- (d) O César convidou cinco amigos para jantar: o Augusto, a Beatriz, a Diana, o Emílio e a Flávia. Os seis amigos sentam-se à volta de uma mesa e cada um escolhe um número inteiro. A figura mostra todas as somas entre os números escolhidos por dois amigos sentados lado a lado, exceto uma. Qual é a soma que falta?



- A) 29 B) 37 C) 49 D) 75 E) Não é possível determinar

5. O Augusto escreve num quadro todos os números inteiros entre 1 e 2015. Depois substitui cada um dos números pela soma do seu triplo com 1. Se o Augusto resolvesse multiplicar todos os números obtidos, quais seriam os últimos quatro algarismos desse produto?

6. O jogo do catorze joga-se num tabuleiro com catorze casas numeradas de 1 a 14.

O jogo começa na casa número 1 e, na primeira jogada, o jogador pode deslocar-se para qualquer outra casa.

Em cada uma das jogadas seguintes, o número da casa de chegada tem de ser maior do que o número da casa de partida. Além disso, o jogador apenas pode deslocar-se de uma casa para outra se os números da casa de partida e da casa de chegada tiverem um divisor (maior do que 1) em comum.

O jogo termina quando o jogador chega à casa 14. De quantas maneiras diferentes é possível jogar um jogo do catorze realizando pelo menos três jogadas?