

*Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.  
Não é permitido o uso de calculadoras.*

1. O navio *Meridiano do Bacalhau* faz a sua campanha de pesca durante 64 dias. Em cada dia, o capitão escolhe um sentido de navegação, norte ou sul, e o barco navega nesse dia apenas nesse sentido. No primeiro dia da campanha o barco navega 1 milha, no segundo dia navega 2 milhas, e mais geralmente, no dia  $n$  navega  $n$  milhas. No final dos 64 dias, o barco estava a 2014 milhas a norte do ponto de partida da campanha. Qual é o número máximo de dias em que o navio pode ter navegado para sul?
2. No quadrado  $[ABCD]$ , sejam  $M$  um ponto de  $[AD]$  e  $N$  um ponto de  $[DC]$  tais que  $\widehat{BMA} = \widehat{NMD} = 60^\circ$ . Calcula  $M\widehat{B}N$ .
3. A Amélia e a Beatriz jogam à batalha naval num tabuleiro quadrado com  $2n$  casas de lado, usando regras muito peculiares. O jogo começa com a Amélia a escolher  $n$  linhas e  $n$  colunas do tabuleiro, colocando em seguida os seus  $n^2$  submarinos nas casas que ficam na sua interseção.  
De seguida, a Beatriz escolhe um conjunto de casas para torpedear. Qual é o número mínimo de casas que a Beatriz tem de escolher para ter a certeza de acertar em, pelo menos, um submarino?