XXXII OPM - 2ª Eliminatória - 15.01.2014 - Categoria Júnior - 6º/7º anos

Questão 1:
cada opção correta: 4 pontos
cada opção errada: -1 ponto
Questões 2, 3, 4: 8 pontos cada

Sugestões para a resolução dos problemas

1. (a) Opção C.
   (b) Opção C.
   (c) Opção B.
   (d) Opção D.

2. Como os cinco retângulos têm todos a mesma área, tem-se $\overline{ED} = \overline{DC} = \overline{FL} = 8$ cm. Então $[HGJI]$ e $[GFKJ]$ têm o dobro da altura de $[FEDL]$, logo têm metade da largura. Portanto $\overline{IK} = \overline{KC}$. Assim, $[ICBA]$ tem o dobro da largura de $[FEDL]$, logo tem metade da altura. Portanto $\overline{CB} = 4$ cm. Logo o lado do quadrado é $\overline{ED} + \overline{DC} + \overline{CB} = 8 + 8 + 4 = 20$ cm, pelo que a sua área é $20^2 = 400$ cm^2.

3. Como $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13 = 91$ e $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14 = 105$, então o livro originalmente tinha pelo menos 14 páginas e depois de retirada a folha restam no livro no máximo 13 páginas. Portanto o livro originalmente tinha 14 ou 15 páginas e como o número de páginas de um livro é par, então o livro tinha 14 páginas. Portanto a soma dos números das páginas retiradas é $105 - 94 = 11$, ou seja, as páginas retiradas tinham os números 5 e 6.

4. Sejam a, b, c, os algarismos das centenas, dezenas e unidades do número procurado, respetivamente. Pretende-se que a soma $abc + cba$ tenha todos os algarismos ímpares e que $a > b > c > 0$. A notação utilizada significa a justaposição de algarismos. O algarismo das unidades desta soma é o algarismo das unidades de $a + c$, logo $a + c$ tem de ser um número ímpar.

   Se $a + c < 10$, o algarismo das dezenas de $abc + cba$ é o algarismo das unidades de $b + b$ que é um número par, não existindo soluções para o problema. Então $a + c > 10$.

   Se $b + b + 1 > 10$, então o algarismo das centenas de $abc + cba$ seria o algarismo das unidades de $a + c + 1$. Como $a + c$ é ímpar, então $a + c + 1$ é par, não havendo neste caso soluções. Logo $b + b + 1 \leq 9$, ou seja $b \leq 4$. Assim:

   - Se $b = 4$, então $a > 4$, $c < 4$ e como $a + c$ é ímpar e maior que 10, obtém-se as soluções 942 e 843.
   - Se $b = 3$, então $a > 3$, $c < 3$ e como $a + c$ é ímpar e maior que 10, obtém-se a solução 932.
   - Se $b = 2$, então $c = 1$ e não existe nenhum algarismo a tal que $a + 1$ seja maior que 10.

   Existem, portanto, três números (843, 932 e 942) com as propriedades referidas.