XXIX OPM - Final - 2º Dia - 09.04.2011 - Categoria Júnior - 6º/7º

Duração: 3 horas
Questão 1: 16 pontos
Questões 2,3: 7 pontos cada

Sugestões para a resolução dos problemas

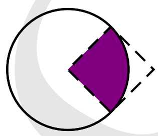
4. (a) Colocar os quadrados da forma apresentada na figura é igual, em termos de perímetro, a colocá-los alinhados. Logo o perímetro total é $(2 \times 2011 + 2) \times 10 = 40240\,cm = 402,4\,m$. Opção correcta: D).

   (b) Pela tabuada do 4 para que $4 \times E +$ (o que vem de trás) $= E$, E só pode ser $3, 6$ ou 9.
   Se E representa o 3, $4Z$ está entre 10 e 19. Como Z não pode ser 3, Z terá de ser 4, o que não é possível.
   Se E representa o 6, então $C = 4D + 2$. Como $C < 10$, então $D = 1$. Logo $C = 6$, o que não é possível porque $E = 6$.
   Assim conclui-se que $E = 9$ e portanto $Z = 8$. Opção correcta: E).

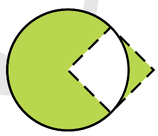
   (c) Como o número é múltiplo de 4 e 5 vai terminar em 0. Será da forma $abc0$ em que $a + b = c$. Como os números são distintos, então$c \geq 3$. Para ser múltiplo de 4, as hipóteses são $c = 4$: $(1340, 3140)$, $c = 6$: $(1560, 5160, 2460, 4260)$, $c = 8$: $(81780, 7180, 2680, 6280, 3580, 5380)$. No total há 12 hipóteses. Opção correcta: C).

   (d) De 1 a 2011 há 1006 ímpares, entre os ímpares em cada 5 um é múltiplo de 5, logo entre estes 201 são múltiplos de 5. Ou seja, há $1006 - 201 = 805$ ímpares que não são divisíveis por 5. Opção correcta: D).

5. Como o quadrado tem área 1, o raio de cada círculo tem comprimento 1. Logo, a área de cada círculo é π. Como os ângulos de um quadrado medem 90^o, a área do sector circular contido no quadrado é $\frac{\pi}{4}$.



Logo, a área restante do quadrado é $1 - \frac{\pi}{4}$, e portanto a área da região a sombreado na figura seguinte é $\frac{3\pi}{4} + (1 - \frac{\pi}{4}) = \frac{\pi}{2} + 1$.



A área colorida na figura do problema é o dobro, ou seja, é $\pi + 2$ cm^2.

6. A Augusta tem mais $70/5 = 14$ moedas de 5 cêntimos do que de 10 cêntimos. Assim tem $14 + \frac{100-14}{2} = 57$ moedas de 5 cêntimos e 43 moedas de 10 cêntimos, ou seja $57 \times 0,05 + 43 \times 0,10 = 7,15$ euros.