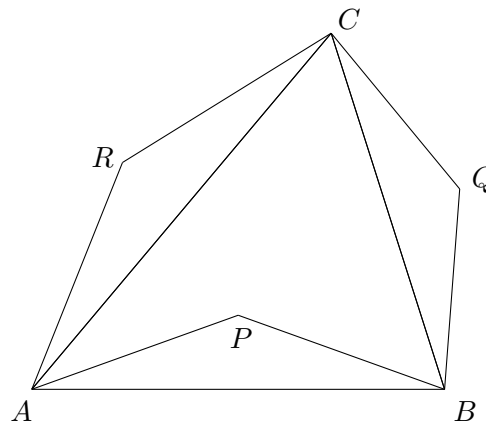




*Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.
Não é permitido o uso de calculadoras.*

1. Um número de telefone de nove algarismos $abcdefghi$ é memorizável se a sequência dos quatro algarismos iniciais $abcd$ se repete na sequência dos cinco algarismos finais $efghi$. Quantos números memorizáveis de nove algarismos existem?
2. O ponto P , no interior do triângulo $[ABC]$, pertence à mediatriz de $[AB]$. Os pontos Q e R , exteriores ao triângulo, são tais que $[BPA]$, $[BQC]$ e $[CRA]$ são triângulos semelhantes. Mostra que $[PQCR]$ é um paralelogramo.



3. Um conjunto de n luzes, numeradas de 1 a n , estão inicialmente apagadas. Em cada momento, é possível efectuar uma das seguintes operações:
 - alterar o estado da lâmpada 1;
 - alterar o estado da lâmpada 2, desde que a lâmpada 1 esteja acesa;
 - alterar o estado da lâmpada $k > 2$, desde que a lâmpada $k - 1$ esteja acesa e todas as lâmpadas $1, \dots, k - 2$ estejam apagadas.

Mostra que é possível, ao fim de um certo número de operações, ficar apenas com a lâmpada n acesa.