

# Olimpíadas Portuguesas de Matemática

XXIII OPM - 2ª Eliminatória - 12.01.2005 - Categoria A - 8º/9º

<http://www.spm.pt/~opm>

Duração: 2 horas

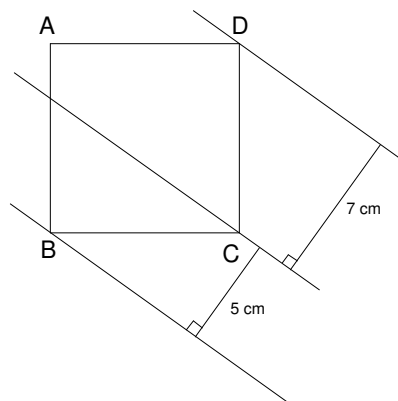
Cada questão vale 10 pontos

*Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos. Não é permitido o uso de calculadoras.*

1. O Bernardo e o seu irmão Artur receberam no Natal um puzzle com 2005 peças. Nesse mesmo dia, decidiram começar a construí-lo. O Bernardo desafiou o seu irmão: "Vamos fazer um jogo. Tu comesças por colocar uma, duas, três ou quatro peças do puzzle. Em seguida, coloco eu uma, duas, três ou quatro peças, e assim sucessivamente. Quem colocar a última peça perde." Entusiasmados, prepararam-se para começar a jogar, quando, de repente, um deles exclamou: "Jogues tu como jogares, eu vou conseguir ganhar!"

Sabendo que ele tinha razão, qual deles disse isto e que estratégia planeou?

2. Traçaram-se três rectas paralelas, passando pelos vértices  $B$ ,  $C$  e  $D$  do quadrado  $[ABCD]$ , como se indica na figura. A recta que passa em  $C$  dista 7 cm da que passa em  $D$  e 5 cm da que passa em  $B$ . Qual é a área do quadrado?



3. Dado um número natural,  $N$ , multiplica todos os seus algarismos. Repete o processo com o número obtido até teres um número com um só algarismo. A este algarismo chama-se fóssil de  $N$ . Por exemplo, o fóssil de 327 é 8. Encontra o maior número natural com os algarismos todos diferentes cujo fóssil é ímpar.
4. O agente secreto Jaime Bom tem de visitar 7 cidades que codificou com as letras  $A, B, C, D, E, F$  e  $G$ . Para cumprir a sua missão, tem de levar de  $C$  até  $D$  uma mensagem ultra-secreta e transportar de  $F$  para  $G$  um decodificador de mensagens. Quantos são os trajectos possíveis sabendo que cada cidade deve ser visitada exactamente uma vez?