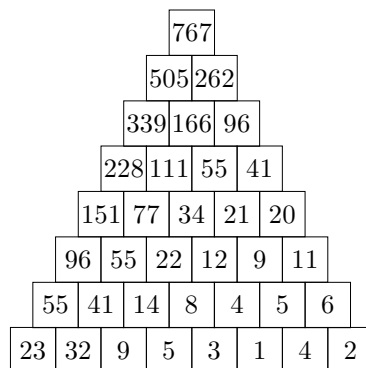


Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.
Não é permitido o uso de calculadoras.

4. O Pêro preencheu cada uma das casas da figura seguinte com um número inteiro positivo, cumprindo duas regras:
- Em cada uma das oito linhas, todos os números são diferentes;
 - Cada número que não está na última linha é igual à soma dos dois números imediatamente abaixo.



Desta forma, o Pêro escreveu 29 números diferentes nas 36 casas.

O Pêro reparou que era possível preencher as 36 casas usando menos números.

Qual é a menor quantidade de números diferentes que o Pêro pode escrever?

5. Um conjunto S diz-se *n-extremal* se é composto por n números inteiros diferentes, e, para cada inteiro k tal que $1 \leq k \leq n$, a soma dos k menores números de S ou a soma dos k maiores números de S (ou ambas) é um múltiplo de n .

Determina, para cada n , qual é o menor número de múltiplos de n que um conjunto n -extremal pode conter.

6. No plano estão assinalados os 44 vértices de um polígono convexo e outros 2026 pontos no interior do polígono, de tal maneira que nenhuma reta passa por três ou mais dos 2070 pontos assinalados. O Campos lança ao Melo o seguinte desafio. Primeiro, o Campos pinta cada um dos 2070 pontos de verde ou vermelho. A tarefa do Melo é desenhar alguns segmentos de reta a ligar dois pontos verdes ou dois pontos vermelhos, sem que dois segmentos se interessem fora das extremidades, e de tal forma que quaisquer dois pontos da mesma cor estejam ligados por um caminho formado por segmentos.

De quantas maneiras pode o Campos pintar os pontos de tal maneira que seja possível o Melo resolver o desafio?