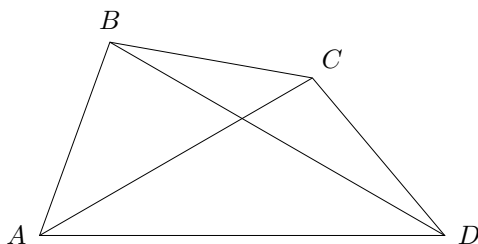


Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.
Não é permitido o uso de calculadoras.

1. O Francisco escreveu uma sequência de números começando com 25. A partir do quarto termo da sequência, inclusive, cada termo da sequência é a média dos três anteriores. Sabendo que os seis primeiros termos da sequência são números naturais e que o sexto número escrito foi o 8, qual é o quinto termo da sequência?
2. O quadrilátero convexo $[ABCD]$ tem os ângulos internos em A e D agudos e $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$. Sabendo que $\widehat{BDA} = 30^\circ$, mostra que $\widehat{DAC} = 30^\circ$.



3. Um professor de informática pediu aos seus alunos para escreverem um programa que, dada uma lista de n números a_1, a_2, \dots, a_n , calcule a lista b_1, b_2, \dots, b_n em que b_k é o número de vezes que o número a_k aparece na lista. Assim, por exemplo, para a lista 1, 2, 3, 1, o programa devolve a lista 2, 1, 1, 2.
De seguida, o professor pediu ao Alexandre para executar o programa para uma lista de 2025 números. Depois, pediu para aplicar o programa à lista resultante, e assim sucessivamente, até aparecer na lista um número maior ou igual a k . Determina o maior valor de k para o qual, qualquer que seja a lista inicial de 2025 números inteiros positivos $a_1, a_2, \dots, a_{2025}$, é possível o Alexandre fazer o que o professor lhe pediu.