

Sugestões para a resolução dos problemas

Questão 1:

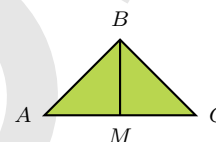
cada opção correta: 4 pontos

cada opção errada: -1 ponto

Questões 2, 3, 4: 8 pontos cada

1. (a) Opção B. (Como $21 = 9 + 3 \times 4$, havia 4 carros, logo vieram $21 - 4 \times 4 = 5$ pessoas na carrinha.)
 (b) Opção E. (Cada palito mede $x = 7,5$ cm pois o perímetro é dado por $40 = 4 \times x + 2 \times 5$.)
 (c) Opção A. (para manter a proporção $\frac{1/4}{1/3} = \frac{1/3}{1/4+x}$, devem ser adicionadas $x = 7/36$ colheres.)
 (d) Opção C. (A área total é a soma da área externa ($6 \times (3^2 - 1^2)$) com a área dos buracos (6×4 .)

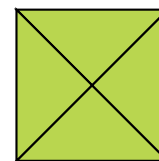
2. **Solução 1:** Como os triângulos são todos iguais, a hipotenusa de cada um deles mede $\frac{40}{5} = 8$ cm. Consideremos $[ABC]$, retângulo em B e tal que $\overline{AB} = \overline{BC}$, um desses triângulos. O lado $[AC]$ mede 8 cm como vimos anteriormente. Seja agora M o ponto médio de $[AC]$. Como $[ABC]$ é isósceles, BM é a mediatriz de $[AC]$ e é a bissetriz de ABC e portanto $\widehat{CBM} = \frac{90}{2} = 45^\circ = \widehat{MCB}$. Logo $[CMB]$ é isósceles com $\overline{BM} = \overline{MC} = \frac{\overline{AC}}{2} = 4$ cm.



Podemos então concluir que $\text{Área}[ABC] = \frac{\overline{AC} \times \overline{BM}}{2} = \frac{8 \times 4}{2} = 16 \text{ cm}^2$.

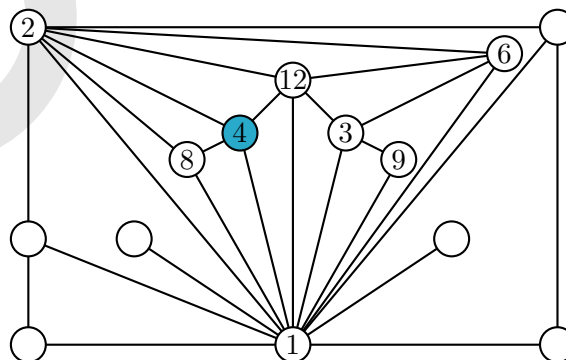
Logo a área da figura é $16 \times 5 = 80 \text{ cm}^2$.

Solução 2: Como os triângulos são todos iguais, a hipotenusa de cada um deles mede $\frac{40}{5} = 8$ cm. Juntando quatro triângulos pelos seus ângulos retos, obtemos um quadrado de lado 8 cm. Portanto, a área de cada triângulo é $\frac{8^2}{4} = 16 \text{ cm}^2$. Logo a área da figura é $16 \times 5 = 80 \text{ cm}^2$.



3. O número 1 está ligado aos números 2, ..., 14, logo está na única bola com 13 ligações.
 O número 2 está ligado aos números 1, 4, 6, 8, 10, 12, 14, logo está na única bola com 7 ligações.
 O número 12 está ligado aos números 1, 2, 3, 4, 6, logo está na única bola com 5 ligações.
 A bola colorida está ligada ao número 12, logo é um divisor de 12, diferente de 1 e 2, ou seja, tem o número 3, 4 ou 6.
 O número 3 está ligado aos números 1, 6, 9 e 12; o número 4 está ligado aos números 1, 2, 8 e 12; o número 6 está ligado aos números 1, 2, 3 e 12. Portanto os números 3, 4 e 6 estão em bolas com 4 ligações, estando as bolas 3 e 6 ligadas entre si.
 Portanto, a bola colorida tem o número 4.

Nota: Podem ser ainda deduzidas as posições dos números 3, 6, 8, 9, descritas na figura seguinte:



4. Um número N é a soma de dois inteiros consecutivos n e $n + 1$ quando $N = 2n + 1$ é ímpar.

Um número N é a soma de três inteiros consecutivos $n - 1$, n e $n + 1$ quando $N = 3n$ é múltiplo de 3.

Um número N é a soma de cinco inteiros consecutivos $n - 2$, $n - 1$, n , $n + 1$ e $n + 2$ quando $N = 5n$ é múltiplo de 5.

Os múltiplos ímpares de 3 e 5 são os números da forma $15n$, com n ímpar. Como queremos números menores que 1000, então $n < \frac{1000}{15}$, ou seja, $n \leq 65$.

Como há 33 números ímpares até 65, então há 33 números menores que 1000 com a propriedade indicada: 15, 45, ..., 975.

spm _____