

Duração: 2 horas  
 Questão 1:  
 cada opção correta: 4 pontos  
 cada opção errada: -1 ponto  
 Questões 2, 3, 4: 8 pontos cada

Na questão 1 escolhe, em cada alínea, a opção correta.  
 Justifica convenientemente as tuas respostas às questões 2, 3 e 4.  
 Não é permitido o uso de calculadoras.

1. (a) O João brincava com palitos todos do mesmo tamanho e ia construir uma cerca para os seus animais. Fez um retângulo com 40 cm de perímetro, tendo deixado uma porta de 5 cm para entrarem e saírem. Num dos lados, um dos palitos ficou com uma ponta fora do retângulo. Quanto mede, em cm, cada palito?

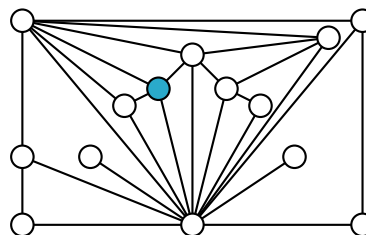
A) 5,5      B) 6      C) 6,5      D) 7      E) 7,5



- (b) Qual é o algoritmo das unidades de  $1 + 2^2 + 2^4 + 2^6 + \dots + 2^{2024}$  ?

A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

- (c) O João fez o seguinte desenho e nas bolas colocou os números de 1 a 14 de modo que duas bolas estão ligadas se o número de uma for um divisor do número da outra. Por exemplo, as bolas com os números 6 e 12 estão ligadas, mas as bolas com os números 5 e 11 não estão. Qual é o número que o João colocou na bola colorida?



A) 2      B) 3      C) 4      D) 6      E) 9

- (d) Quantos ternos de inteiros  $(x, y, z)$  verificam a igualdade  $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ ?

A) 6      B) 12      C) 18      D) 24      E) 48

2. Quatro rapazes, Alberto, Bruno, Carlos e Diogo e quatro raparigas, Leonor, Marisa, Noémia e Olga moram em quatro cidades diferentes, Évora, Faro, Guarda e Horta. Em cada cidade mora um destes rapazes e uma destas raparigas. Descobre em que cidade mora cada um deles, sabendo que:

- (a) O Alberto e a Noémia moram na mesma cidade, que não é a Guarda;  
 (b) O Bruno mora em Évora ou Faro, mas não mora na mesma cidade que a Leonor;  
 (c) A Olga não mora na Horta, nem na cidade do Diogo;  
 (d) A Marisa mora em Faro;  
 (e) O Diogo não mora em Évora;  
 (f) A Leonor não mora na Guarda.

3. No triângulo  $[ACF]$ , o ponto  $B$  de  $[AC]$  e os pontos  $D, E$  de  $[CF]$  são tais que  $\overline{BE} = \overline{EF}$ ,  $\overline{AD} = \overline{DF}$ ,  $\widehat{AEF} = \widehat{AEB} = \widehat{BED}$  e  $\widehat{EAD} = 20^\circ$ .  
 Determina  $\widehat{ACF}$ .



4. Numa competição de matemática foram propostos 100 problemas. A Alice resolveu 70, a Beatriz resolveu 60 e a Clara resolveu 50. Todos os problemas foram resolvidos por pelo menos uma das três amigas. Um problema foi considerado difícil se foi resolvido apenas por uma delas, médio se foi resolvido por duas e fácil se foi resolvido pelas três. O número de problemas médios foi o triplo dos problemas fáceis. A Alice foi a amiga que resolveu menos problemas difíceis. No máximo, quantos problemas médios foram resolvidos pela Beatriz e pela Clara?