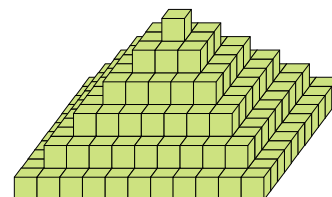


Duração: 2 horas
 Questão 1:
 cada opção correta: 4 pontos
 cada opção errada: -1 ponto
 Questões 2, 3, 4: 8 pontos cada

Na questão 1 escolhe, em cada alínea, a opção correta.
 Justifica convenientemente as tuas respostas às questões 2, 3 e 4.
 Não é permitido o uso de calculadoras.

1. (a) Uma pirâmide é construída usando cubos de lado 1 colocados uns em cima dos outros. O topo da pirâmide tem apenas um cubo; a segunda camada tem $3 \times 3 = 9$ cubos; a terceira camada tem $5 \times 5 = 25$ cubos; e assim sucessivamente, tendo o lado de cada camada dois cubos a mais do que o da camada imediatamente acima. Se a pirâmide tiver 6 camadas, qual é a área da superfície exposta da pirâmide, incluindo a base?

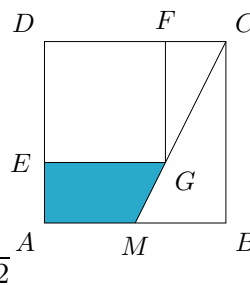


- A) 205 B) 288 C) 326 D) 386 E) 414

- (b) O João tem 2024 moedas. Ele quer colocar algumas destas moedas em 7 caixas, de modo que a caixa 1 tenha o dobro das moedas da caixa 2, a caixa 2 tenha o dobro das moedas da caixa 3 e assim sucessivamente. No final, nenhuma das caixas fica vazia. De quantas maneiras o pode fazer?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

- (c) Na figura, $[ABCD]$ é um quadrado de lado 6 cm, E é um ponto no lado $[AD]$, F é um ponto no lado $[CD]$, M é o ponto médio de $[AB]$ e G é um ponto de $[MC]$. Sabendo que $[DEGF]$ é um quadrado, determina a área, em cm^2 , de $[AMGE]$.

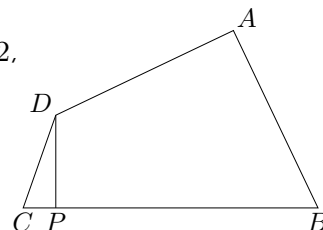


- A) 7 B) $5\sqrt{2}$ C) 7,5 D) 8 E) $6\sqrt{2}$

- (d) A casa do João tem o número 1142, que curiosamente tem a soma dos seus algarismos igual ao seu produto, ambos iguais a 8. Quantos números têm a soma e o produto dos seus algarismos igual a 8?

- A) 12 B) 13 C) 22 D) 23 E) 30

2. No quadrilátero $[ABCD]$, os lados $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ e $[DA]$ medem 2, 3, 1 e 2, respetivamente, e P é um ponto no segmento $[BC]$. Sabendo que os ângulos DAB e BPD são retos, determina \overline{CP} .



3. O Carlitos tem caricas azuis, verdes e encarnadas e quer fazer uma fila com $3n$ caricas de tal modo que:
- se duas caricas estão uma ao lado da outra, então têm cores diferentes;
 - se uma carica é encarnada ou verde e está entre duas caricas, então estas são diferentes entre si.

De quantas maneiras diferentes pode o Carlitos colocar as $3n$ caricas?

4. Um número natural n diz-se *olímpico* se dois ou mais algarismos consecutivos de n formam um número múltiplo de 3. Por exemplo, o número 2024 é olímpico porque o número formado pelos últimos dois algarismos, 24, é múltiplo de 3. Determina o maior número que não é olímpico.