

*Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.  
Não é permitido o uso de calculadoras.*

- A circunferência inscrita no quadrado  $[ABCD]$ , de lado 10 cm, interseca os lados  $[BC]$  e  $[AD]$  nos pontos  $M$  e  $N$ , respetivamente. O ponto  $I$  é o ponto de interseção de  $[AM]$  com a circunferência, diferente de  $M$ , e  $P$  é o pé da perpendicular a  $MN$  que passa por  $I$ . Determina  $\overline{PI}$ .
- Num campeonato desportivo participam dez equipas, cinco portuguesas e cinco espanholas. Cada equipa joga com quatro equipas diferentes: um jogo em casa e outro jogo fora contra equipas portuguesas; e um jogo em casa e outro jogo fora contra equipas espanholas.  
De quantas maneiras diferentes é possível escolher os jogos deste campeonato?
- O Alexandre e o Bernardo estão a jogar o seguinte jogo. No início têm  $n$  ervilhas num saco. Na primeira jogada, o Alexandre pode tirar uma ervilha; na segunda jogada, o Bernardo pode tirar uma ou duas ervilhas, e assim por diante, ou seja, jogam alternadamente e na jogada  $k$ , podem tirar qualquer número de ervilhas de 1 a  $k$ . Ganha aquele que deixar o saco vazio.

Para cada valor de  $n$ , quem tem uma estratégia vencedora, isto é, quem pode garantir que ganha o jogo, independentemente das jogadas do outro jogador?