Duração: 3 horas
Questão 1: 16 pontos
Questões 2 e 3: 7 pontos cada

Sugestões para a resolução dos problemas

1. (a) A Mariana maximiza o número de berlindes escolhidos se escolher todos os berlindes com um número par, ou todos os berlindes com um número ímpar, ou seja, 1012 berlindes.
Opção correta: B)

(b) Claramente, 3000 não satisfaz a propriedade desejada. Como todos os números entre 2000 e 2999 começam por 2, pretendemos saber quantas sequências existem com 3 algarismos cuja soma é 6. Ora, usando os algarismos de 0 a 9, podemos obter 6 das seguintes formas:

$$\begin{array}{cccc} 0+0+6, & 0+1+5, & 0+2+3, & 0+3+3, \\ 1+1+4, & 1+2+3, & 2+2+2. & \end{array}$$

Em cada caso em que há três algarismos diferentes, há 6 possibilidades; em cada caso em que há dois algarismos diferentes, há 3 possibilidades; e no caso em que há três algarismos iguais, só há 1 possibilidade. Portanto, ao todo há $3+6+6+3+3+6+1=28$ sequências de 3 algarismos cuja soma é 6.
Opção correta: C)

(c) *Solução 1:* Como na segunda ronda do jogo, o número de equipas a participar foi metade do número de equipas a participar na primeira, na segunda ronda foi encontrado um terço do número total de ovos, ou seja, foram encontrados $16=\frac{48}{3}$ ovos. Como cada equipa tinha 4 elementos, podemos concluir que o António tinha um total de $16\times 4=64$ colegas.

Solução 2: Observe-se que cada grupo de 4 pessoas encontrou 3 ovos. Como foram escondidos $48=3\times 16$ ovos, o António tinha um total de $4\times 16=64$ colegas.
Opção correta: D)

(d) Obedecendo à regra de cada tipo de figuras geométricas ser pintada de uma só cor, existem 2^7 formas de colorir o quadro de verde e vermelho. Como metade de 230 é um número ímpar e cada tipo de figura geométrica foi desenhada um número par de vezes, em nenhuma dessas colorações se tem exatamente metade das figuras pintadas da mesma cor. Logo, em exatamente metade das colorações, mais de metade das figuras é verde. Assim, a Maria pode pintar o quadro de $2^6=64$ maneiras diferentes.
Opção correta: A)

2. Uma vez que $\overline{CD}=\overline{EC}$, o triângulo $[ECD]$ é isósceles e, por isso, $C\widehat{E}D=C\widehat{D}E=25^\circ$.
Assim, também $B\widehat{E}C=25^\circ$ e $E\widehat{C}B=C\widehat{E}D+C\widehat{D}E=50^\circ$, pois é ângulo externo de $[ECD]$.
Sendo ângulo externo de $[BCE]$, $E\widehat{B}A=B\widehat{E}C+B\widehat{C}E=75^\circ$ e, tendo em conta que $[AEB]$ é isósceles, tem-se $E\widehat{A}B=75^\circ$. Logo, $A\widehat{E}B=180^\circ-2\times 75^\circ=30^\circ$.
Portanto, $A\widehat{E}D=A\widehat{E}B+B\widehat{E}C+C\widehat{E}D=30^\circ+25^\circ+25^\circ=80^\circ$.

3. Como cada jogador participou em 5 jogos, o Bernardo e o Francisco têm pelo menos 2 vitórias cada. Como só houve um jogador, para além do Carlos, a acabar com uma vitória, este não foi nem a Ana nem a Eva. Logo o Carlos só pode ter ganhado à Daniela, que por sua vez só ganhou ao Bernardo. Logo a Ana e a Eva têm 3 vitórias cada, pois é impossível ambas terem 5.
Portanto, a Ana ganhou à Eva, ao Carlos e à Daniela.