

Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.
Não é permitido o uso de calculadoras.

1. (a) O príncipe da Luzilândia convidou os amigos para um passeio no jardim real. Os seus empregados levaram 30 pizzas para as crianças comerem. Ao almoço repartiram uma pizza para cada grupo de duas crianças. No final de mais uma brincadeira, foram comer as pizzas que sobraram, e cada grupo de três crianças comeu uma pizza. Sabendo que no final não sobrou nenhuma pizza, quantas crianças eram?
- A) 24 B) 25 C) 30 D) 36 E) 45
- (b) Ao almoço, as crianças comeram em duas mesas que existiam no jardim. Uma das mesas tem a forma de um hexágono regular e a outra de um triângulo equilátero. Um dos amigos do príncipe reparou que as mesas têm exatamente o mesmo perímetro. Qual é a razão entre as áreas do hexágono e do triângulo?
- A) $\frac{1}{1}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{2}{1}$
- (c) O jardineiro real fez um canteiro em frente ao poste onde se hasteia a bandeira real. O canteiro $[ABCD]$ tem forma quadrangular e foi colocado de tal modo que a posição do poste fosse o ponto simétrico de A relativamente a B . O protocolo real impõe que a distância do poste ao ponto mais distante do canteiro seja de 90 dm. Qual é a área, em dm^2 , do canteiro?
- A) 324 B) 1620 C) 1800 D) 2025 E) 2700
- (d) O parlamento da Luzilândia tem 230 lugares e estão representados 7 grupos diferentes que têm 75, 70, 40, 16, 13, 11 e 5 representantes. Para uma lei ser aprovada é preciso que se forme uma maioria, ou seja, que mais de metade dos representantes vote a favor dessa lei.
- Na Luzilândia, em cada votação, cada um dos grupos vota todo a favor ou vota todo contra. De quantas maneiras diferentes se pode formar uma maioria?
- A) 8 B) 24 C) 61 D) 62 E) 64
2. Um número inteiro positivo diz-se *escalabitano* se a soma dos seus algarismos for um múltiplo de 17 e a soma dos algarismos do seu sucessor também for múltipla de 17. Qual é o menor número escalabitano?
3. Uma distribuição de números por dois conjuntos é considerada válida se nenhum dos conjuntos contém dois números e a sua soma. Por exemplo, os conjuntos $\{1, 3\}$ e $\{2, 4, 5\}$ formam uma distribuição válida dos inteiros 1, 2, 3, 4, 5. Qual é o maior número inteiro positivo n para o qual existe uma distribuição válida dos inteiros de 1 a n ?