XLII OPM - 1ª Eliminatória - 8.11.2023 - Categoria Júnior - 6º/7º anos

Sugestões para a resolução dos problemas

Questão 1:
cada opção correta: 4 pontos
cada opção errada: -1 ponto
Questões 2, 3, 4: 8 pontos cada

1. (a) Opção B). (*O número de flores duplicou* 5 *vezes. Logo, inicialmente havia* 15 *flores.*)

   (b) Opção B). $(\dfrac{40:2}{100-40:2} = \frac{20}{80} = 25\%.)$

   (c) Opção E). (*Há* $3\times 3\times 3 = 27$ *números com um valor médio de* 222. *O total é* $27\times 222 = 5994$.)

   (d) Opção C). (*As cinco soluções são:* $3\times \mathbf{7}+\mathbf{3}$, $2\times\mathbf{7}+2\times\mathbf{5}$, $\mathbf{7}+\mathbf{5}+4\times\mathbf{3}$, $3\times\mathbf{5}+2\times\mathbf{3}$, $8\times\mathbf{3}$.)

   (e) Opção B). (*O João tem* 4 *moedas e o irmão* 8.)

2. O lado de $[ABC]$ mede $36/3 = 12$ cm. O lado de $[CDE]$ mede $39/3 = 13$ cm.

   O perímetro de $[ABCDE]$ mede $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DE}+\overline{EA} = 12+12+13+13+\overline{EA} = 50+\overline{EA}$. Como este perímetro mede 55 cm, então $\overline{EA} = 5$ cm.

   Logo o perímetro de $[ACE]$ é $\overline{AC}+\overline{CE}+\overline{AE} = 12+13+5 = 30$ cm.

3. Como a Gabriela não pode participar em duas modalidades diferentes, comecemos por selecioná-la para a prova de natação. Há então duas possíveis escolhas para a prova de ciclismo e duas escolhas para a prova de corrida, perfazendo um total de $2\times 2 = 4$ possíveis equipas.

   Se a Gabriela não for a escolha para a prova de natação, há duas escolhas possíveis para esta prova, duas escolhas para a prova de ciclismo e três escolhas para a corrida, perfazendo um total de $2\times 2\times 3 = 12$ possíveis equipas.

   Há assim, um total de $4+12 = 16$ formas de escolher a equipa.

4. **Solução 1:** O número de peças utilizadas na construção do quadrado será múltiplo de $49 = 7\times 7$. Os múltiplos de 49 menores do que 5000 são

   $$1\times 49,\ 2\times 49,\ 3\times 49,\ \dots\ ,\ 102\times 49\ =\ 4998.$$

   Destes, apenas os números

   $$\begin{array}{cccc} 49 = 7\times 7, & 4\times 49 = 14\times 14, & 9\times 49 = 21\times 21, & 16\times 49 = 28\times 28,\\ 25\times 49 = 35\times 35, & 36\times 49 = 42\times 42, & 49\times 49, & 64\times 49 = 56\times 56,\\ 81\times 49 = 63\times 63, & 100\times 49 = 70\times 70 & & \end{array}$$

   poderão ser o número de peças utilizadas na construção dos quadrados.

   Portanto, a Joana conseguirá construir 10 quadrados diferentes com um número de peças múltiplo de 7 e menor do que 5000.

   Solução 2: Observe-se que

   $$70\times 70 = 4900 < 5000 < 5041 = 71\times 71.$$

   Assim, o maior quadrado que a Joana conseguirá construir terá $10\times 7 = 70$ peças de lado, ou seja, $4900 = 7\times 10\times 7\times 10$ peças ao todo.

   Todos os múltiplos de 7 menores ou iguais do que 70 são:

   $$1\times 7 = 7,\ 2\times 7 = 14, 3\times 7 = 21,\ \dots 10\times 7 = 70.$$

   Qualquer um destes múltiplos de 7 pode ser o número de peças do lado de um quadrado maior, em que se utilizou menos de 5000 peças ao todo.

   Portanto, a Joana conseguirá construir 10 quadrados diferentes com um número de peças múltiplo de 7 e menor do que 5000.