

*Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.
Não é permitido o uso de calculadoras.*

1. O Diogo, o Bruno e o João são jogadores da mesma equipa e jogam com as camisolas 2, 8 e 17. Eles repararam que se somassem os números das suas camisolas dois a dois, obteriam os números das camisolas do Bernardo, do Nuno e do Otávio. Como acharam este procedimento engraçado, somaram novamente os números que obtiveram dois a dois. Se fizerem este procedimento 2023 vezes, qual será a diferença entre os dois maiores números obtidos?

2. Quantos pares de números inteiros positivos (x, y) verificam a desigualdade

$$2^{2x^2} + 4^{4y^4} < 8^{43}?$$

3. No triângulo $[ABC]$, M é o ponto médio de $[AC]$ e P é a interseção da bissetriz de $\angle BAC$ com o lado $[BC]$. Sabendo que AP e BM são perpendiculares, mostra que $\overline{CP} = 2\overline{PM}$.

4. Num torneio de xadrez participaram 10 jogadores e cada par de jogadores jogou entre si exatamente uma vez. Após cada jogo, cada jogador recebeu 1 ponto se ganhou, $\frac{1}{2}$ em caso de empate e 0 se tiver perdido. No final do torneio, quantos jogadores, no máximo, podem ter ficado com exatamente 2 pontos?