OLIMPÍADAS
PORTUGUESAS DE MATEMÁTICA

www.olimpiadas.spm.pt

XLI OPM - 2ª Eliminatória - 11.01.2023 - Categoria A - 8º/9º anos

Duração: 2 horas
Questão 1:
cada opção correta: 4 pontos
cada opção errada: -1 ponto
Questões 2, 3, 4: 8 pontos cada

Na questão 1 escolhe, em cada alínea, a opção correta.
Justifica convenientemente as tuas respostas às questões 2, 3 e 4.
Não é permitido o uso de calculadoras.

1. (a) O Rafael e o Gonçalo são avançados da mesma equipa e os dois juntos já marcaram 15 golos. Cada um marcou o mesmo número de golos com o pé. Sabendo que apenas o Gonçalo marcou golos de cabeça e que exatamente $1/3$ dos seus golos foram marcados de cabeça, quantos golos marcou o Rafael?

   A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

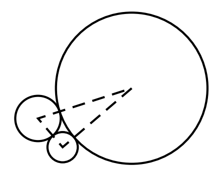
   (b) Para um exercício do treino, o Rafael, o Gonçalo, o Bruno, o Diogo e o João trouxeram uma bola assinada por si. No final do exercício, todos tinham uma bola, mas apenas dois deles ficaram com a bola com o seu nome. De quantas maneiras diferentes podem ter ficado distribuídas as bolas no final?

   A) 2 B) 6 C) 10 D) 15 E) 20

   (c) O Diogo, o Bruno e o João jogam com as camisolas com os números: 2, 8 e 17. Eles repararam que se somassem os números das suas camisolas dois a dois, obteriam os números das camisolas do Bernardo, do Nuno e do Otávio. Como acharam este procedimento engraçado, somaram novamente os números que obtiveram dois a dois. Se fizerem este procedimento 2023 vezes, qual será a diferença entre os dois maiores números obtidos?

   A) 6 B) 9 C) 15 D) 126 E) 1237

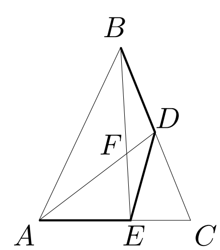
   (d) O treinador da equipa usa bolas de tamanhos diferentes, com raios de 2, 3 e 10 dm. O Bernardo colocou-as no chão de modo que as três esferas fossem tangentes entre si. Quanto mede, em dm^2, a área do triângulo cujos vértices são os centros das esferas?



   A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

2. Enquanto arrumava o quarto, o Bruno encontrou um antigo jogo de tabuleiro com 3 linhas e 3 colunas, juntamente com peças numeradas de 1 a 8. Infelizmente o quadrado de um dos cantos do tabuleiro estava partido. O Bruno quer arrumar o jogo, colocando uma única peça em cada uma das oito posições que restam no tabuleiro, de forma a que a soma dos algarismos em cada linha e em cada coluna seja a mesma. De quantas formas pode o Bruno colocar as peças no tabuleiro?

3. No triângulo $[ABC]$, o ponto D pertence ao lado $[BC]$, o ponto E pertence ao lado $[AC]$ e F é a interseção de $[EB]$ e $[AD]$.
Sabendo que $\overline{EA} = \overline{ED} = \overline{DB}$ e $A\widehat{C}B = 68°$, determina $A\widehat{F}B$.



4. Durante as últimas férias, o Bruno perdeu muitas cartas do seu baralho favorito. Restam apenas o 2 e 3 do naipe de Copas, o $2, 3$ e 4 de Espadas, o $2, 3, 4$ e 5 de Ouros e o $2, 3, 4, 5$ e 6 de Paus. De quantas formas pode o Bruno escolher 4 destas cartas de forma a que não haja cartas do mesmo naipe e que estejam numeradas com, pelo menos, três números diferentes?