

Questão 1:
cada opção correta: 4 pontos
cada opção errada: -1 ponto
Questões 2, 3, 4: 8 pontos cada

Sugestões para a resolução dos problemas

- (a) Opção E. (*O Pedro tem no mínimo $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$ cubos.*)
(b) Opção B. (*Tem-se $\overline{AB} = 7$ cm, $\overline{CD} = 4$ cm e $\overline{EF} = 21$ cm.*)
(c) Opção E. (*Verde: 69, castanho: 70, encarnado: 95, azul e preto: 80 e 72.*)
(d) Opção C. (*O cubo tem volume $5^3 = 125$ cm³ e o paralelepípedo $5 \times 6 \times 4 = 120$ cm³.*)
- Depois do João efetuar os primeiros cortes (escolher 7 pedaços dos iniciais e cortar cada um em 6 pedaços), obteve $1 + 7 \times 6 = 43$ pedaços de papel. Entre estes ele escolheu (retirou do conjunto) cinco pedaços e cortou cada um destes 5 em 4 pedaços cada, obtendo assim $43 - 5 + 5 \times 4 = 58$ pedaços. Por fim, ele escolheu 3 pedaços (retirou do conjunto) e cortou cada um destes em 2 pedaços, obtendo portanto $58 - 3 + 3 \times 2 = 61$ pedaços. O João ficou com 61 pedaços de papel.

- Seja $[ABCD]$ o quadrilátero que representa a localização dos berlines tal que:

$$\overline{AB} = 5, \quad \overline{AD} = 9, \quad \overline{BC} = 17 \text{ e } \overline{CD} = 5.$$

Uma vez que $[ABD]$ é um triângulo, a desigualdade triangular permite concluir que

$$\overline{BD} < \overline{AD} + \overline{AB} = 9 + 5 = 14$$

Por outro lado, a desigualdade triangular aplicada ao triângulo $[BCD]$ implica que

$$\overline{BD} > \overline{BC} - \overline{CD} = 17 - 5 = 12.$$

Portanto \overline{BD} é um número inteiro entre 12 e 14, ou seja, $\overline{BD} = 13$.

Assim, a distância entre os berlines da Bea e do Dani é 13 metros.

- Fixado um número de jogos, se existir uma possibilidade para o número de vitórias tal que a taxa de vitórias é menor que 73%, mas se o Ricardo tivesse ganho mais um jogo a taxa de vitórias já seria superior a 73%, então este não pode ter sido o número de jogos do Ricardo. Começando com um jogo, vamos ver que isto acontece, e vamos aumentar o número de jogos até tal deixar de acontecer.
 - 1 jogo: 0 vitórias, 0% de vitórias; 1 vitória, 100% de vitórias.
 - 2 jogos: 1 vitória, 50% de vitórias; 2 vitórias, 100% de vitórias.
 - 3 jogos: 2 vitórias, 66% de vitórias; 3 vitórias, 100% de vitórias.
 - 4 jogos: 2 vitórias, 50% de vitórias; 3 vitórias, 75% de vitórias.
 - 5 jogos: 3 vitórias, 60% de vitórias; 4 vitórias, 80% de vitórias.
 - 6 jogos: 4 vitórias, 67% de vitórias; 5 vitórias, 83% de vitórias.
 - 7 jogos: 5 vitórias, 71% de vitórias; 6 vitórias, 86% de vitórias.
 - 8 jogos: 5 vitórias, 63% de vitórias; 6 vitórias, 75% de vitórias.
 - 9 jogos: 6 vitórias, 67% de vitórias; 7 vitórias, 78% de vitórias.
 - 10 jogos: 7 vitórias, 70% de vitórias; 8 vitórias, 80% de vitórias.
 - 11 jogos: 8 vitórias, 73% de vitórias.

Portanto, se o Ricardo jogar 11 jogos e ganhar 8 tem uma taxa de vitórias de 73% e este número de jogos jogados é o mínimo.