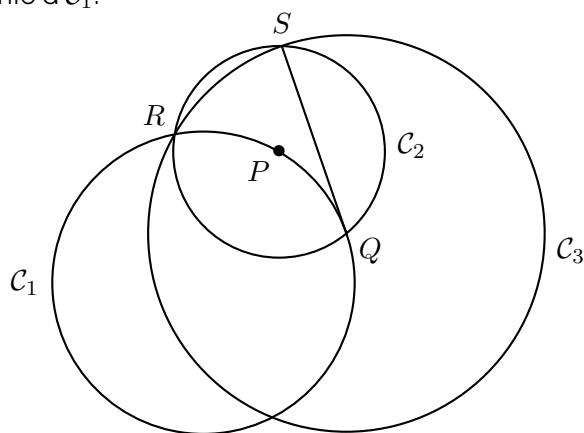


Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.
Não é permitido o uso de calculadoras.

1. A turma do Raul tem 15 alunos, todos com alturas diferentes. A professora de Matemática quer colocá-los em fila de modo que, no início da fila, estejam ordenados por ordem crescente de alturas, a partir daí, estejam ordenados por ordem decrescente e o Raul, que é o mais alto da turma, não pode ficar nos extremos. De quantas maneiras diferentes é possível formar esta fila?
2. Seja P um ponto sobre uma circunferência \mathcal{C}_1 e seja \mathcal{C}_2 uma circunferência de centro P que intersesta \mathcal{C}_1 em dois pontos Q e R . A circunferência \mathcal{C}_3 , de centro Q e que passa por R , intersesta \mathcal{C}_2 noutra ponto S , como na figura. Mostra que QS é tangente a \mathcal{C}_1 .



3. O Proença tem um novo tabuleiro de xadrez 8×8 e quer decompô-lo em n retângulos que não se sobrepõem, de modo que:
 - (i) cada retângulo tenha tantos quadrados brancos como pretos;
 - (ii) não haja dois retângulos com o mesmo número de quadrados.

Determina o valor máximo de n para o qual uma tal decomposição é possível.

Para este valor de n , determina todos os possíveis conjuntos $\{A_1, \dots, A_n\}$, onde A_i é o número de quadrados do retângulo i , para os quais uma decomposição do tabuleiro nas condições pretendidas é possível.