

Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.
Não é permitido o uso de calculadoras.

1. Para cada número real x , define-se o valor de $f(x)$ como sendo o mínimo dos números $\{4x+1, x+2, -2x+4\}$.
Por exemplo:

$$f(3) = \text{mínimo}\{4 \times 3 + 1, 3 + 2, -2 \times 3 + 4\} = \text{mínimo}\{13, 5, -2\} = -2.$$

Qual é o maior valor possível para $f(x)$?

2. A Mafalda contou o número de soluções inteiras positivas (a, b) da equação $a + b = 30$. Já a Laura decidiu contar o número de soluções inteiras positivas (a, b) da equação $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{30}$. Qual das duas amigas encontrou mais soluções?
3. No triângulo $[ABC]$, o lado $[AB]$ e a mediatriz de $[BC]$ interseitam-se no ponto D . Sabendo que $\hat{C}D$ é a bissetriz de $\angle ACB$, $\overline{AD} = 9$ e $\overline{DB} = 7$, determina a área do triângulo $[ADC]$.
4. Na televisão estão a decorrer debates entre $n \geq 4$ partidos políticos. Cada partido debate com cada um dos outros exatamente uma vez, e em cada dia são transmitidos simultaneamente dois debates. Pretende-se calendarizar os debates de modo que cada partido tenha pelo menos um dia de descanso entre cada dois debates. Qual é o menor número de partidos para o qual isto é possível?