

XXVII OLIMPÍADA de MAIO
Primeiro Nível
Maio de 2021



Duração da prova: 3 horas.

Cada problema vale 10 pontos.

Não podes usar máquina de calcular; não podes consultar livros nem apontamentos.

Justifica cada uma das tuas respostas.

Ao participar comprometes-te a não divulgar os problemas até 30 de maio.

PROBLEMA 1

Num bosque há 5 árvores A, B, C, D, E que se encontram por esta ordem em linha reta.

No ponto médio de $[AB]$ há uma margarida, no ponto médio de $[BC]$ há uma rosa, no ponto médio de $[CD]$ há um jasmim e no ponto médio de $[DE]$ há um cravo. A distância de A a E é 28 m; a distância entre a margarida e o cravo é 20 m. Calcula a distância entre a rosa e o jasmim.

PROBLEMA 2

Num tabuleiro quadriculado 2×8 pretende-se pintar cada quadrícula de vermelho ou de azul de modo que em cada sub-tabuleiro 2×2 haja pelo menos 3 quadrículas pintadas de azul. De quantas maneiras se pode pintar o tabuleiro?

Nota. Um sub-tabuleiro 2×2 é um quadrado formado por quatro quadrículas que têm um vértice em comum.

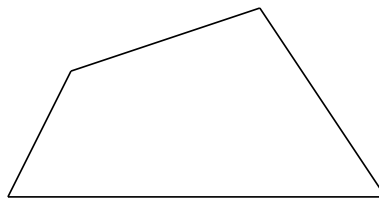
PROBLEMA 3

Num ano que tem 365 dias, qual é o número máximo de “terças-feiras 13” que pode haver?

Nota. Os meses de abril, junho, setembro e novembro têm 30 dias cada um; fevereiro tem 28 e todos os restantes têm 31 dias.

PROBLEMA 4

O Filipe e o Lucas receberam um bolo que tem a forma do quadrilátero da figura.



Vão fazer dois cortes em linha reta sobre o bolo obtendo assim 4 fatias com a forma de um quadrilátero. De seguida, o Filipe ficará com duas fatias que não têm nenhum lado em comum; as outras duas serão para o Lucas. Indica como podem fazer os cortes para que ambos recebam a mesma quantidade de bolo. Justifica porque, cortando dessa maneira, se atinge o objetivo.

PROBLEMA 5

O Beto escreveu 36 inteiros positivos consecutivos no quadro. Calculou a soma de todos os algarismos dos 16 números mais pequenos e escreveu o resultado a azul. De seguida calculou a soma de todos os algarismos dos 10 números maiores e escreveu o resultado a vermelho. É possível que o número azul seja menor ou igual que o número vermelho? Se a resposta é sim, mostrar quais podem ser os números que o Beto escreveu; se a resposta é não, explicar porque é impossível.