

**XXV OLIMPIÁDA de MAIO**  
**Primeiro Nível**  
**Maio de 2019**



Duração da prova: 3 horas.

Cada problema vale 10 pontos.

Não podes usar máquina de calcular; não podes consultar livros nem apontamentos.

Justifica cada uma das tuas respostas.

Ao participar comprometes-te a não divulgar os problemas até 25 de maio.

**PROBLEMA 1**

Determina todos os números de dois algarismos  $ab$  que elevados ao quadrado dão um número cujos dois últimos algarismos são  $ab$ .

**PROBLEMA 2**

Num torneio de xadrez participaram mais de cinco jogadores. Cada jogador jogou, exatamente uma vez, contra cada um dos outros jogadores. Cinco dos jogadores perderam, cada um, exatamente dois jogos. Os restantes jogadores ganharam, cada um, exatamente três jogos. Não houve empates no torneio. Determina quantos jogadores havia e apresenta um torneio que verifique todas as condições.

**PROBLEMA 3**

O Gustavo tem de fazer uma lista de 250 números inteiros positivos, não necessariamente distintos, tal que cada número seja igual à quantidade de números da lista que são diferentes dele. Por exemplo, se 15 é um número da lista então a lista contém 15 números diferentes de 15. Determina o maior número de números distintos que pode conter a lista do Gustavo.

**PROBLEMA 4**

Pretende-se dividir um quadrado de papel em três partes, através de dois cortes retilíneos, de modo que, ao juntar estas partes de forma adequada, sem buracos nem sobreposições, se forme um triângulo obtusângulo. Indica como cortar o quadrado e como formar o triângulo com as três partes.

**Nota.** Um triângulo é obtusângulo se um dos seus ângulos mede mais de  $90^\circ$ .

**PROBLEMA 5**

Num tabuleiro de três linhas e 2019 colunas, na primeira linha estão escritos os números inteiros de 1 a 2019 inclusive, ordenados do menor ao maior. Na segunda linha, a Ana escreve esses mesmos números, mas ordenados à sua escolha. Em cada casa da terceira linha escreve-se a diferença entre os dois números já escritos na mesma coluna (o maior menos o menor). O Beto vai pintar alguns números da terceira linha de modo que a soma dos números pintados seja igual à soma dos números dessa linha que se deixaram sem pintar. A Ana pode preencher a segunda linha de modo que o Beto não consiga alcançar o seu objetivo?