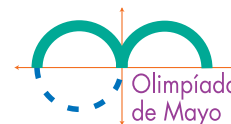


XXIV OLIMPIÁDA de MAIO
Primeiro Nível
Maio de 2018



Duração da prova: 3 horas.

Cada problema vale 10 pontos.

Não podes usar máquina de calcular; não podes consultar livros nem apontamentos.

Justifica cada uma das tuas respostas.

Ao participar comprometes-te a não divulgar os problemas até 8 de junho.

PROBLEMA 1

O João fez uma lista de 2018 números. Escolheu o 1 para o primeiro número e, de seguida, obteve cada número somando ao anterior um dos números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9.

Sabendo que nenhum dos números da lista termina em 0, qual é o maior valor que pode tomar o último número da lista?

PROBLEMA 2

Fazem-se mil divisões inteiras: divide-se 2018 por cada um dos números inteiros de 1 a 1000. Obtêm-se assim mil quocientes inteiros e os respetivos restos. Qual destes é o maior resto?

PROBLEMA 3

Seja $[ABCDEFGHIJ]$ um polígono regular de 10 lados cujos vértices pertencem a uma circunferência de centro O e raio 5. As diagonais $[AD]$ e $[BE]$ interseccionam-se no ponto P e, as diagonais $[AH]$ e $[BI]$, interseccionam-se no ponto Q . Calcular a medida do comprimento do segmento $[PQ]$.

PROBLEMA 4

A Ana tem de escrever 7 inteiros positivos, não necessariamente distintos, à volta de uma circunferência de maneira que se verifiquem as seguintes condições:

- A soma dos sete números é igual a 36.
- A diferença entre o maior e o menor de quaisquer dois números vizinhos é igual a 2 ou 3.

Determinar o valor máximo que pode tomar o maior dos números que a Ana tem de escrever.

PROBLEMA 5

Em cada quadrícula dum tabuleiro 5×5 escreve-se um dos números 2, 3, 4 ou 5 de modo que a soma de todos os números em cada linha, em cada coluna e em cada diagonal seja sempre par. De quantas formas se pode preencher o tabuleiro?

Observação: Um tabuleiro 5×5 tem exatamente 18 diagonais de diferentes tamanhos. Em particular, os cantos são diagonais de tamanho 1.