

**XX OLIMPIADAS de MAIO**  
**Primeiro Nível**  
**Maio de 2014**



Duração da prova: 3 horas.

Cada problema vale 10 pontos.

Não podes usar calculadora; não podes consultar livros nem apontamentos.

Justifica cada uma das tuas respostas.

Ao participar comprometes-te a não divulgar os problemas até 25 de maio.

**PROBLEMA 1**

Um número natural  $N$  é *bom* se os seus algarismos são 1, 2 ou 3 e todos os números de 2 algarismos formados por algarismos situados em posições consecutivas de  $N$  são números distintos. Há algum número *bom* de 10 algarismos? E de 11 algarismos?

**PROBLEMA 2**

A Beatriz tem três dados em cujas faces estão escritas letras diferentes. Ao lançar os três dados sobre uma mesa, e escolhendo de cada vez só as letras das faces superiores, formou as palavras:

OSA, VIA, OCA, ESA, SOL, GOL, FIA, REY, SUR, MIA, PIO, ATE, FIN, VID.

Determinar as seis letras de cada dado.

**PROBLEMA 3**

Dentro de nove caixas há, na primeira, 1 pedra, na segunda, 2 pedras, na terceira, 3 pedras, e assim sucessivamente, na oitava há 8 pedras e na nona há 9 pedras. A operação permitida consiste em retirar o mesmo número de pedras de duas caixas distintas e colocá-las numa terceira caixa. O objetivo é que todas as pedras fiquem numa só caixa. Descrever como atingir o objetivo com o menor número de operações. Explicar porque é impossível com menos operações.

**PROBLEMA 4**

Seja  $[ABC]$  um triângulo retângulo e isósceles, com  $\hat{C}=90^\circ$ . Sejam  $M$  o ponto médio de  $[AB]$  e  $N$  o ponto médio de  $[AC]$ . Seja  $P$  tal que  $[MNP]$  é um triângulo equilátero com  $P$  no interior do quadrilátero  $[MBCN]$ . Calcular a medida da amplitude do ângulo  $CAP$ .

**PROBLEMA 5**

Dadas 6 bolas, 2 brancas, 2 verdes e 2 vermelhas, sabe-se que há uma branca, uma verde e uma vermelha que pesam 99 g, cada uma, e que as restantes bolas pesam 101 g, cada uma. Determinar o peso de cada bola usando uma balança de dois pratos, duas vezes.

Nota: Uma balança de dois pratos só informa se o prato esquerdo pesa mais, o mesmo ou menos que o direito.