

**XIX<sup>a</sup> OLIMPIÁDA de MAIO**  
**Primeiro Nível**  
**Maio de 2013**



Duração da prova: 3 horas.

Cada problema vale 10 pontos.

Não podes usar máquina de calcular; não podes consultar livros nem apontamentos.

Justifica cada uma das respostas.

Ao participar comprometes-te a não divulgar (colocar na internet) os problemas até 25 de maio.

**PROBLEMA 1**

Determina o número de formas de escrever o número 2013 como soma de dois inteiros maiores ou iguais que zero de modo que ao somar não haja **nenhum** transporte.

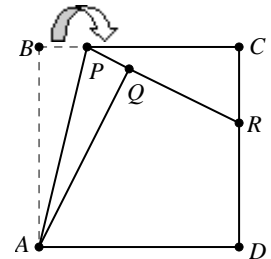
Nota: Na soma  $2008 + 5 = 2013$  há transporte das unidades para as dezenas.

**PROBLEMA 2**

A Elisa somou os algarismos do seu ano de nascimento e observou que o resultado coincide com os dois últimos algarismos do ano que nasceu o seu avô. Além disso, os dois últimos algarismos do ano em que ela nasceu, são precisamente a idade atual do seu avô. Determina o ano em que a Elisa nasceu e o ano em que nasceu o seu avô.

**PROBLEMA 3**

Seja  $[ABCD]$  um quadrado de papel de lado 10 e  $P$  um ponto no lado  $[BC]$ . Ao dobrar o papel ao longo da reta  $AP$ , o ponto  $B$  determina o ponto  $Q$ , como se vê na figura. A reta  $PQ$  intersecta o lado  $CD$  no ponto  $R$ . Calcula o perímetro do triângulo  $[PCR]$ .



**PROBLEMA 4**

O Pablo escreveu 5 números numa folha e depois escreveu os números 6,7,8,8,9,9,10,10,11 e 12 noutra folha que deu à Sofia, dizendo-lhe que esses números são as somas possíveis de dois dos números que ele tem escondidos. Decide se com esta informação a Sofia pode determinar os cinco números que o Pablo escreveu.

**PROBLEMA 5**

No quadro está desenhado um quadrado  $8 \times 8$  dividido em 64 quadradinhos  $1 \times 1$  mediante linhas paralelas aos lados.

O Gustavo apaga alguns segmentos de comprimento 1 de modo que em cada quadradinho  $1 \times 1$  apaga 0, 1 ou 2 lados.

O Gustavo afirma que apagou 6 segmentos de comprimento 1 do bordo do quadrado  $8 \times 8$  e que a quantidade de quadradinhos  $1 \times 1$  que têm exactamente 1 lado apagado é igual a 5. Decide se o que o Gustavo disse pode ser verdadeiro.