

XVII OLIMPÍADA de MAIO
Primeiro nível
Maio de 2011

Duração da prova: 3 horas.

Cada problema vale 10 pontos.

Não podes usar máquina de calcular nem consultar livros e apontamentos.

Justifica cada uma das tuas respostas.

Não deves divulgar os problemas até dia 25 de Maio.

PROBLEMA 1

As quatro palavras codificadas

□⊗ ⊕⊗ ⊕⊗ ⊕⊗

são, por alguma ordem,

AMO SUR REO MAS.

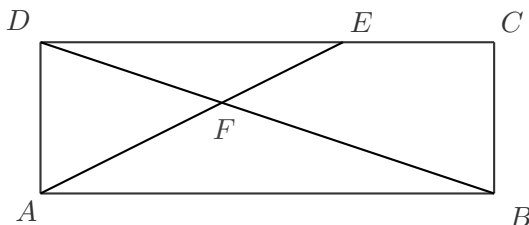
Descodificar ⊕⊗ ⊕⊗ ⊕⊗ ⊕⊗ ⊕⊗ ⊕⊗ ⊕⊗.

PROBLEMA 2

Utilizando apenas uma vez cada um dos algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8 escrevem-se o quadrado e o cubo de um número inteiro positivo. Determinar esse número.

PROBLEMA 3

No rectângulo $[ABCD]$, $\overline{BC} = 5$, $\overline{EC} = \frac{1}{3}\overline{CD}$ e F é o ponto onde se intersectam $[AE]$ e $[BD]$. O triângulo $[DFE]$ tem área 12 e o triângulo $[ABF]$ tem área 27. Determinar a área do quadrilátero $[BCEF]$.



PROBLEMA 4

Utilizando vários cubos brancos de aresta 1, o Gabriel construiu um cubo grande. De seguida, escolheu 4 faces do cubo e pintou-as de vermelho. Finalmente desmanchou o cubo grande e observou que os cubos pequenos com, pelo menos, uma face pintada de vermelho são 431. Determinar quantos cubos pequenos utilizou para formar o cubo grande. Analisar todas as possibilidades.

PROBLEMA 5

Considera todos os números inteiros positivos de 14 algarismos, divisíveis por 18, cujos algarismos são todos iguais a 1 e 2, mas não há dois algarismos 2 consecutivos. Quantos números destes existem?