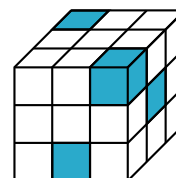


Duração: 2 horas
 Questão 1:
 cada opção correta: 4 pontos
 cada opção errada: -1 ponto
 Questões 2, 3, 4: 8 pontos cada

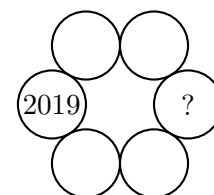
Na questão 1 escolhe, em cada alínea, a opção correta.
 Justifica convenientemente as tuas respostas às questões 2, 3 e 4.
 Não é permitido o uso de calculadoras.

1. (a) O João tem 23 cubos brancos e 4 coloridos, todos do mesmo tamanho, e decidiu usá-los para montar um cubo maior de dimensão $3 \times 3 \times 3$. Na figura está uma das montagens que o João fez, em que nenhuma face é totalmente branca. Qual é o número máximo de faces totalmente brancas que o João pode obter num destes cubos?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

- (b) O João quer escrever números nos seis círculos da figura, cumprindo a seguinte regra: o número de cada círculo é a soma dos números que estão nos dois círculos que lhe tocam. O João começou por escrever o número 2019. Que número deve o João escrever no círculo oposto?



- A) -2019 B) 0 C) 2019 D) não é possível cumprir a regra com nenhum número E) é possível cumprir a regra com qualquer número

- (c) O João convidou alguns amigos para a sua festa de aniversário. Ele queria comprar um chocolate, que custava 2 €, para cada amigo. Apercebeu-se que não tinha dinheiro suficiente: faltavam-lhe 5,50 €. Por isso, comprou um gelado para cada um, que apenas custava 1,50 € cada, tendo sobrado 5,50 €. Quantos amigos convidou o João para a sua festa?

- A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

- (d) A figura ao lado é composta por seis triângulos equiláteros e um hexágono regular, que está pintado. Sabendo que o comprimento dos lados de cada um dos triângulos é 2 cm e o comprimento dos lados do hexágono é 1 cm, qual é a fração da figura que está pintada?



- A) $1/2$ B) $1/3$ C) $1/4$ D) $1/5$ E) $1/6$

2. A professora da Luísa pediu-lhe para escrever todos os números de três algarismos. Depois disse-lhe para pintar de amarelo todos os que são iguais a 25 vezes a soma dos seus algarismos. Quantos números pintou a Luísa de amarelo? Por exemplo, o número 328, que é diferente de $25 \times (3 + 2 + 8)$, não ficou pintado de amarelo.

3. A Elsa escreveu três números inteiros positivos diferentes num papel. De seguida, o José escreveu noutra folha as somas dos três pares de números da Elsa. Por exemplo, se a Elsa tivesse escrito os números 8, 10 e 15, o José teria escrito os números $8 + 10 = 18$, $8 + 15 = 23$ e $10 + 15 = 25$. Sabe-se que:

- (a) um dos números da Elsa é o 3;
 (b) um dos números do José é o 5;
 (c) exatamente um dos números da Elsa é igual a um dos números do José.

Quais são os três números que a Elsa pode ter escrito? Indica todas as possibilidades.

4. Um ponto no interior de um quadrilátero está unido aos pontos médios dos quatro lados, como se indica na figura, determinando quatro quadriláteros. As medidas das áreas de três desses quadriláteros são 23, 13 e 25. Quanto mede a área do quarto quadrilátero?

