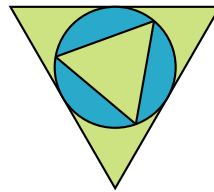


Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.
Não é permitido o uso de calculadoras.

1. (a) O José criou uma página da internet chamada "A Matemática é fixe", onde ele apresenta problemas, desafios e notícias interessantes sobre a matemática. Para o logótipo da sua página, ele criou a seguinte figura composta por um círculo e dois triângulos equiláteros. Qual é a razão entre os lados dos dois triângulos?



- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{3}{4}$

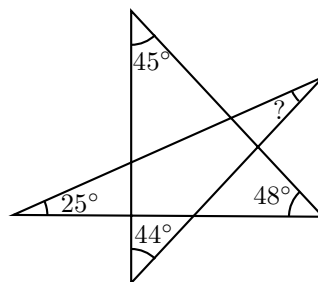
- (b) Os visitantes da página podem registar-se e recebem uma senha de utilizador. Cada senha, criada pelo José, é uma sequência de 10 algarismos diferentes tal que cada escolha de 3 algarismos consecutivos é um múltiplo de 3. Quantas senhas de utilizador diferentes podem ser criadas pelo José?

- A) $2^3 3^3$ B) $2^4 3^3$ C) $2^3 3^4$ D) $2^4 3^4$ E) $2^6 3^3$

- (c) O José criou uma secção na sua página sobre *capicuas*. Uma capicua é um número cuja leitura é a mesma quando feita da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda. Por exemplo, 3223 e 67176 são capicuas. Nessa secção, o José diz que um número é *especial* se satisfizer as cinco condições seguintes: tem 5 algarismos, é uma capicua, é múltiplo de 5, tem resto 2 na divisão por 3 e tem resto 3 na divisão por 4. No fim da secção, o José lança o seguinte desafio: quantos números especiais existem?

- A) 5 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

- (d) Para aceder a uma área restrita da página "A Matemática é fixe", é preciso determinar quanto mede o quinto ângulo da estrela de 5 pontas representada na figura. Escolhe a opção que permite aceder à área restrita.



- A) 15° B) 18° C) 20° D) 21° E) 24°

2. Um tabuleiro quadriculado diz-se *mágico* se o seu número de quadriculas tiver 3 algarismos, cuja soma é igual ao número de colunas. Por exemplo, um tabuleiro com 64 linhas e 13 colunas é mágico porque tem $64 \times 13 = 832$ quadriculas e $8 + 3 + 2 = 13$. Qual é o menor número de linhas que um tabuleiro mágico pode ter?
3. Um número inteiro de cinco algarismos diz-se *equilibrado* se a soma de quaisquer três dos seus algarismos é divisível por qualquer um dos outros dois. Quantos números equilibrados existem?