



Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.  
Não é permitido o uso de calculadoras.

- Seja  $[ABC]$  um triângulo qualquer e sejam  $D$ ,  $E$  e  $F$  as reflexões do circuncentro em relação aos três lados. Mostra que os triângulos  $[ABC]$  e  $[DEF]$  são congruentes.
- Um museu quer proteger a sua peça mais valiosa, mantendo-a sob vigilância constante. Para isso, quer colocar guardas a vigiar a peça, em turnos de 7 horas consecutivas. Cada guarda começa o seu turno todos os dias à mesma hora. Um guarda é *indispensável* se houver algum momento do dia em que esteja sozinho a vigiar a peça. Indica todas as possibilidades para o número de guardas que vigiam a peça, de modo que todos sejam indispensáveis.
- Um triângulo está dividido em nove triângulos menores, onde estão colocados contadores com o número zero em cada um dos dez vértices. Um movimento consiste em escolher um dos nove triângulos e aplicar aos três contadores desse triângulo a mesma operação: adicionar uma unidade ou subtrair uma unidade. Na figura está ilustrado um possível movimento.

Diz-se que o número inteiro  $n$  é *dominante* se for possível, ao fim de alguns movimentos, obter uma configuração em que os números dos contadores são todos consecutivos e o maior desses números é  $n$ .

Determina todos os números dominantes.

