OLIMPÍADAS
PORTUGUESAS DE MATEMÁTICA
http://www.spm.pt/olimpiadas

XXXV OPM - 2ª Eliminatória - 11.01.2017 - Categoria A - 8º/9º anos

*Sugestões para a resolução dos problemas*

Questão 1:
cada opção correta: 4 pontos
cada opção errada: -1 ponto
Questões 2, 3, 4: 8 pontos cada

1. (a) Opção D.
   (b) Opção C.
   (c) Opção B.
   (d) Opção D.

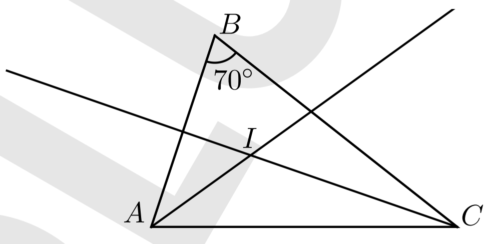
2. No primeiro dia de manhã, o Duarte pode escolher o tipo de bombom que vai comer de $3$ formas diferentes. À tarde, o Duarte já só tem $2$ escolhas possíveis. Assim, no primeiro dia há $6$ maneiras diferentes do Duarte comer dois bombons de tipos diferentes. Denote-se por $A$ o tipo de bombom que o Duarte comeu no primeiro dia de manhã, por $B$ o tipo de bombom que ele comeu à tarde e por $C$ o tipo de bombom que ele ainda não comeu.

   Solução 1: No segundo dia o Duarte vai ter de comer um bombom do tipo $C$ (porque não pode deixar os dois bombons deste tipo para o terceiro dia). Ele pode comer este bombom de manhã ou à tarde e escolher um bombom do tipo $A$ ou $B$ para completar este dia. Assim, há $4$ maneiras diferentes do Duarte comer dois bombons no segundo dia. Restam dois bombons diferentes para o terceiro dia que ele pode comer de duas maneiras diferentes. Portanto o Duarte tem $6 \times 4 \times 2 = 48$ maneiras de comer os bombons.

   Solução 2: O Duarte tem $4$ possibilidades de escolher quando é que vai comer o segundo bombom do tipo $A$ (no segundo ou terceiro dias e de manhã ou de tarde) e duas possibilidades de escolher quando é que vai comer o segundo bombom do tipo $B$ (porque não pode comer o bombom do tipo $B$ no mesmo dia em que come o segundo bombom do tipo $A$). Portanto o Duarte tem $6 \times 4 \times 2 = 48$ maneiras de comer os bombons.

3. Sendo $\dot{C}I$ a bissetriz do ângulo $ACB$ e $\dot{A}I$ a bissetriz do ângulo $CAB$, tem-se $A\hat{C}B = 2 \times A\hat{C}I$ e $C\hat{A}B = 2 \times C\hat{A}I$. Além disso, como a soma dos ângulos internos do triângulo $[ABC]$ é um ângulo raso, tem-se $70 + 2 \times A\hat{C}I + 2 \times C\hat{A}I = 180^{\circ}$, logo $C\hat{A}I + A\hat{C}I = 55^{\circ}$.

   Portanto $A\hat{I}C = 180 - \left(C\hat{A}I + A\hat{C}I\right) = 180 - 55 = 125^{\circ}$.




4. Na parte descoberta do estacionamento há $230$ rodas. Para que, na parte descoberta, o número de veículos seja o menor possível, deverá haver o maior número possível de carros nessa parte. Como $230 = 4 \times 57 + 2$, na parte descoberta há, pelo menos, $58$ veículos sendo $57$ carros e uma mota. Na parte coberta estão $70$ veículos, portanto há pelo menos $70 + 58 = 128$ veículos no estacionamento. Observe-se que os $128$ veículos podem estar distribuídos da seguinte forma: na parte coberta, $15$ motas no primeiro andar, $55$ motas no segundo e na parte descoberta $52$ carros e uma mota no primeiro andar e $5$ carros no segundo andar.