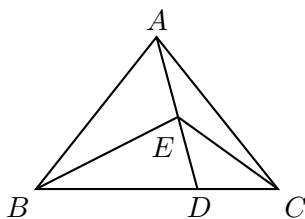


Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.
Não é permitido o uso de calculadoras.

1. A Joana dividiu 365 por todos os inteiros desde 1 a 365 e somou todos os restos. Depois dividiu 366 por todos os inteiros desde 1 a 366 e também somou todos os restos. Qual das duas somas é maior e qual é a diferença entre elas?
2. Seja $[ABC]$ um triângulo tal que $\overline{AB} = \overline{AC}$. Seja D um ponto em $[BC]$ e E um ponto em $[AD]$ tais que $\widehat{BED} = \widehat{BAC} = 2 \times \widehat{DEC}$. Mostra que $\overline{DB} = 2\overline{CD}$.



3. Consideram-se todas as sequências de k elementos (a_1, a_2, \dots, a_k) , onde cada a_i pertence ao conjunto $\{1, 2, \dots, 2021\}$. Qual é a soma dos menores elementos de todas estas sequências?
4. O Pedro e o Tiago vão jogar um jogo com um baralho com n cartas, numeradas de 1 a n .
Começando pelo Pedro, eles vão escolhendo cartas alternadamente, e recebem o número de pontos indicado pelas cartas. No entanto, sempre que o jogador escolhe a carta com maior número entre as que restam no baralho, ele é obrigado a passar a sua vez seguinte, não escolhendo nenhuma carta. Quando o baralho terminar, ganha o jogador com mais pontos.
Sabendo que o Tiago consegue pelo menos empatar, independentemente das jogadas do Pedro, quantas cartas tem o baralho? Indica todas as possibilidades,