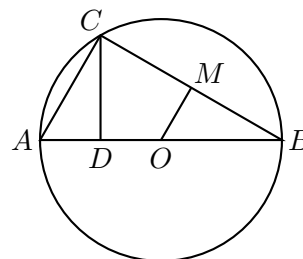


Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.
Não é permitido o uso de calculadoras.

1. (a) O Filipe escreveu uma lista de números, começando por 1 e 2 e, a partir daí, cada novo número obtém-se somando o dobro do último número escrito com o penúltimo. Por exemplo, os números seguintes da lista foram $5 = 2 \times 2 + 1$ e $12 = 2 \times 5 + 2$. Qual é o algarismo das unidades do 2021º número da lista?
- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9
- (b) Numa competição desportiva em que participaram 21 alunos da turma do Filipe, o prémio por uma medalha de ouro era de 20 rebuçados, por uma de prata 10 rebuçados, por uma de bronze 5 rebuçados e por uma menção honrosa 2 rebuçados. Quem não recebeu nenhum destes prémios, recebeu apenas um rebuçado. O número de participantes medalhados foi um sexto dos restantes. Ao todo, foram entregues 54 rebuçados. Sabendo que não houve medalhas de prata, quantas menções honrosas houve?
- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10
- (c) Num teste na turma do Filipe, a média dos alunos que tiveram positiva é 65, a média dos alunos que tiveram negativa é 35 e a média de todos os alunos é 53. Qual é a proporção de alunos que teve positiva?
- A) 2/3 B) 2/5 C) 3/5 D) 4/5 E) 2/7
- (d) De quantas maneiras diferentes pode o Filipe colocar 99 moedas num tabuleiro 2×100 , uma em cada quadrícula, de modo que não haja duas quadrículas com moeda com um lado em comum?
- A) 198 B) 200 C) 396 D) 398 E) 400

2. Seja $[ABC]$ um triângulo inscrito numa circunferência de centro O . Sejam D o pé da altura que passa em C e M o ponto médio de $[BC]$. Sabendo que $\overline{OM} = \overline{OD} = 7$, qual é o raio da circunferência?



3. Na sua loja de botões, o Luís tem à venda apenas caixas com a botões azuis, caixas com b botões brancos e caixas com c botões castanhos. O Luís só vende caixas completas. Sabe-se que:
- se um cliente quiser comprar tantos botões azuis como brancos, tem que comprar pelo menos dois milhares de botões;
 - se um cliente quiser comprar tantos botões brancos como castanhos, tem que comprar pelo menos cinquenta centenas de botões;
 - se um cliente quiser comprar tantos botões castanhos como azuis, tem que comprar pelo menos mil dezenas de botões.

Quantos botões tem cada caixa? Indica todas as possibilidades.

4. Consideram-se todas as sequências de três elementos (a, b, c) , onde cada a, b, c pertence ao conjunto $\{1, 2, \dots, 2021\}$. Qual é a soma dos menores elementos de todas estas sequências?