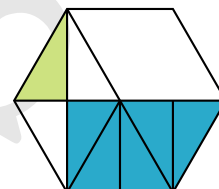


Sugestões para a resolução dos problemas

1. (a) Considerando a divisão do hexágono apresentada na figura, observa-se que a área da figura pintada de verde é $\frac{1}{5}$ da área pintada de azul, logo $\frac{16,5}{5} = 3,3 \text{ cm}^2$. Opção correta: B).



- (b) Entre as potências de base 3, a maior é $3^{(4^4)}$, porque é a que tem o maior expoente. Nas potências de base 4, $4^{(3^4)} = 4^{81} > 4^{64} = 4^{(4^3)}$. Resta então comparar $3^{(4^4)}$ com $4^{(3^4)}$. Ora, $3^{(4^4)} = 3^{256} = 9^{128} > 4^{81} = 4^{(3^4)}$, uma vez que tem base e expoente maior. Opção correta: C).
- (c) O número de palavras que começam por A ou E é $2 \times 5 \times 5 \times 5 = 250$, uma vez que temos duas opções para a primeira letra e cinco opções para cada uma das três seguintes letras. As palavras que começam por I e têm como segunda letra A, E ou L são $3 \times 5 \times 5 = 75$, porque temos 3 opções para a segunda letra e cinco opções para cada uma das terceira e quarta letras. As palavras começadas por IO, e com A ou E na terceira letra são $2 \times 5 = 10$. Por fim, as palavras que começam por IOI e terminam em A, E, L, O são 4. Portanto, a palavra IOIO aparece na posição $250 + 75 + 10 + 4 = 339$. Opção correta: D).
- (d) Para escrever o número 30 como soma de um múltiplo de 9 com um múltiplo de 4, só existe a possibilidade $30 = 2 \times 9 + 3 \times 4$. Assim, em dois dias, o Luís leu nove páginas do livro, e em três dias leu quatro páginas do livro e resolveu um problema. Nos restantes dois dias da semana resolveu dois problemas de Olimpíadas. Portanto, o Luís resolveu $3 + 2 \times 2 = 7$ problemas. Opção correta: D).

2. Seja $x = \widehat{EAB}$. Então $\widehat{ACB} = 4x$.

Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180° , então

$$\widehat{EAC} = 180^\circ - \widehat{CEA} - \widehat{ACE} = 180^\circ - 90^\circ - 4x = 90^\circ - 4x.$$

Logo $\widehat{BAC} = \widehat{BAE} + \widehat{EAC} = x + (90^\circ - 4x) = 90^\circ - 3x$.

Então $\widehat{ABC} = 180^\circ - \widehat{BCA} - \widehat{BAC} = 180^\circ - 4x - (90^\circ - 3x) = 90^\circ - x$.

Como $\widehat{ABC} = 2 \times \widehat{BAC}$, então $90^\circ - x = 2 \times (90^\circ - 3 \times x)$, pelo que $5 \times x = 90^\circ$, ou seja, $x = 18^\circ$.

3. Para cada mês mm de 1 a 12, temos cem números matriculares $\frac{aa}{mm}$, mas sempre que aa e mm tiverem um divisor em comum diferente de 1, a fração pode ser simplificada e obtém-se um número já contabilizado. Precisamos apenas então de contar, para cada mês, quantas terminações de anos não têm apenas o 1 como divisor comum.

- (i) Janeiro - Há 100 números;
- (ii) Fevereiro - Simplificam as 50 frações com aa múltiplo de 2, pelo que há 50 novos números;
- (iii) Março - Simplificam as 34 frações com aa múltiplo de 3, pelo que há 66 novos números;
- (iv) Abril - Simplificam as 50 frações com aa múltiplo de 2, pelo que há 50 novos números;
- (v) Maio - Simplificam as 20 frações com aa múltiplo de 5, pelo que há 80 novos números;

- (vi) Junho - A fração $\frac{aa}{6}$ pode ser simplificada se aa for múltiplo de 2 ou de 3. Há 50 múltiplos de 2 e 34 de 3 sendo que destes 17 são comuns, pois são múltiplos de 6. Assim temos $50 + 34 - 17 = 67$ números que simplificam, restando-nos 33 novos números;
- (vii) Julho - Simplificam as 15 frações com aa múltiplo de 7, pelo que há 85 novos números;
- (viii) Agosto - Simplificam as 50 frações com aa múltiplo de 2, pelo que há 50 novos números;
- (ix) Setembro - Simplificam as 34 frações com aa múltiplo de 3, pelo que há 66 novos números
- (x) Outubro - Simplificam os múltiplos de 5 e os de 2. Temos 20 de uns e 50 dos outros sendo que 10 são comuns pois são múltiplos de 10. São portanto $50 + 20 - 10 = 60$ que simplificam e restam 40 novos números;
- (xi) Novembro - Simplificam as 10 frações com aa múltiplo de 11, pelo que há 90 novos números;
- (xii) Dezembro - Tal como em Junho, simplificam múltiplos de 2 e 3, pelo que há 33 novos números.

Existem assim $100 + 50 + 66 + 50 + 80 + 33 + 85 + 50 + 66 + 40 + 90 + 33 = 743$ números matriculares distintos.