Questão 1:
cada opção correta: 4 pontos
cada opção errada: -1 ponto
Questões 2, 3, 4: 8 pontos cada

Sugestões para a resolução dos problemas

1. (a) Opção D. $(105 = 3 \times 28 + 3 \times 7.)$

   (b) Opção B. (*Podem ser* 5 *chocolates e entre* 3 *e* 6 *rebuçados.*)

   (c) Opção D. (*Cada quadradinho mede* $12\ m^2$ *e o triângulo no quadrado central mede* $1\ m^2$.)

   (d) Opção E. (*No lado esquerdo há* 24 *possibilidades e para cada, há* 14 *possibilidades no lado direito.*)

2. Como $[ABCD]$ é um paralelogramo, $A\widehat{B}C = 120°$ e portanto $A\widehat{B}E = 60°$. Temos então que o triângulo $[ABE]$ é equilátero, e portanto $\overline{AB} = \overline{BE} = \overline{EA} = 6$. De igual modo se deduz que $\overline{CF} = \overline{FD} = \overline{CD} = 6$ e, como $[BFDE]$ é um losango, tem-se $\overline{DE} = \overline{BE} = 6$.

   Os triângulos $[CPF]$ e $[APD]$ são semelhantes porque têm os lados paralelos. O comprimento $\overline{AD} = \overline{AE} + \overline{ED} = 12$ é o dobro de $\overline{CF} = 6$, e portanto $\overline{PD} = 2\,\overline{FP}$. Mas como sabemos que $\overline{FD} = \overline{FP} + \overline{PD} = 3\,\overline{FP}$, concluimos que $\overline{FP} = 2$.

3. **Solução 1:** Para ir do canto inferior esquerdo ao canto superior direito é necessário passar uma e uma só vez por um dos seis pontos na diagonal oposta. Por simetria, o número de maneiras de chegar do canto inferior esquerdo a um deste pontos é o mesmo que o número de maneiras de chegar desse ponto ao canto superior direito, pelo que o total de caminhos que passam por cada um dos pontos é o quadrado do número de caminhos até esse mesmo ponto.

   Ainda por simetria, o número de caminhos por um ponto é o mesmo que o número de caminhos pelo seu simétrico em relação ao centro do quadrado. Precisamos assim apenas de saber o número de formas de chegar aos pontos $(1, 1)$, $(2, 2)$ e $(4, 4)$ onde estamos a numerar os vértices de cima para baixo e da esquerda para a direita.

   Para chegar a $(1, 1)$, o Quico tem de ir sempre para cima, pelo que há apenas uma maneira de lá chegar.

   Para chegar a $(2, 2)$, ele tem de andar uma vez para a direita, e tem exatamente 7 formas de o fazer.

   Para chegar a $(4, 4)$ há mais possibilidades: se ele contornar por baixo o buraco inferior esquerdo tem 4 possibilidades; se o contornar pela esquerda tem 13 formas de o fazer. Logo, ao todo há 17 possibilidades.

   Pelas observações acima, o total de caminhos é $2(1^2 + 7^2 + 17^2) = 678$.

   Solução 2: O número de caminhos para um vértice é a soma do número de caminhos para o vértice abaixo com o número de caminhos para o vértice à esquerda (sendo esse número considerado zero se o vértice não existir). Começando com 1 no canto inferior esquerdo e preenchendo todos os vértices com esta regra obtemos a seguinte tabela.

1	8	15	39	114	189	339	678
1	7	7	24	75	75	150	339
1	6		17	51		75	189
1	5	9	17	34	51	75	114
1	4	4	8	17	17	24	39
1	3		4	9		7	15
1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	1	1	1	1	1

   O total de caminhos para o canto superior direito é assim 678.

4. Primeiro observe-se que o algarismo 1 pertence a qualquer número parcial e que o algarismo 0 não pertence a nenhum número parcial. Observe-se também que se um número parcial não tem um determinado algarismo a, também não tem os algarismos múltiplos de a.

   Seja n um número parcial com mais de 5 algarismos. Então n tem pelo menos um algarismo par, pelo que tem necessariamente o algarismo 2. Se n tivesse também o algarismo 5, seria múltiplo de 10, logo terminaria em 0. Portanto n tem 6, 7 ou 8 algarismos.

   Se n não tivesse o algarismo 3, também não teria o 6 e o 9, logo teria no máximo 5 algarismos. Portanto n tem o algarismo 3, pelo que a soma dos algarismos de n é múltipla de 3. Além disso, como n também tem o algarismo 2, tem necessariamente o algarismo 6.

   A soma dos algarismos 1, 2, 3 e 6 é múltipla de 3, pelo que a soma dos algarismos restantes de n também é múltipla de 3. Como os algarismos possíveis são 4, 7, 8 e 9, as únicas somas múltiplas de 3 com dois ou mais algarismos são $4+8+9$, $4+8$, $7+8+9$ e $7+8$. No entanto, se n não tiver o algarismo 4, também não tem o 8, pelo que restam as possibilidades $4+8+9$ e $4+8$.

   No primeiro caso, a soma de todos os algarismos é $1+2+3+4+6+8+9=33$, que não é múltipla de 9, logo n não pode ser múltiplo de 9.

   No segundo caso, o maior número par que se pode formar é 864312, que é múltiplo de $1, 2, 3, 4, 6$ e 8 e não é múltiplo de $0, 5, 7$ e 9. Portanto 864312 é o maior número parcial.