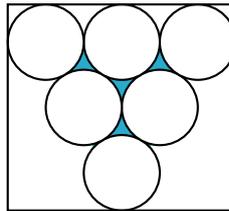


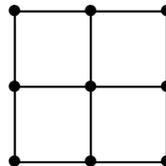


*Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.
Não é permitido o uso de calculadoras.*

1. Na figura seguinte o retângulo tem 6 cm de comprimento e contém seis circunferências com o mesmo raio, tangentes entre si e aos lados do retângulo. Qual é a área da região assinalada?



2. Numa caixa, $\frac{3}{5}$ dos objetos são feios e $\frac{3}{7}$ são inúteis. Deitaram-se fora todos os objetos simultaneamente feios e inúteis e juntaram-se alguns objetos simultaneamente bonitos e úteis. Depois disto, apenas $\frac{1}{4}$ dos objetos eram feios e $\frac{1}{9}$ eram inúteis. Qual a razão entre o número final e o número inicial de objetos simultaneamente bonitos e úteis?
3. Quantas circunferências distintas passam por pelo menos três vértices do quadriculado seguinte?



4. No Parlamento do Viracasaquistão, 2013 deputados reúnem-se numa mesa circular. Para votar uma lei, na primeira ronda, cada deputado apresenta o seu sentido de voto. Em cada ronda subsequente, cada deputado muda o seu sentido de voto se, na ronda anterior, o sentido de voto de ambos os seus vizinhos foi contrário ao seu; caso contrário, mantém-no. Uma decisão final será tomada quando o sentido de voto de todos os deputados for igual ao da ronda anterior. Qual é o número máximo de rondas necessárias para que os deputados tomem a decisão final?