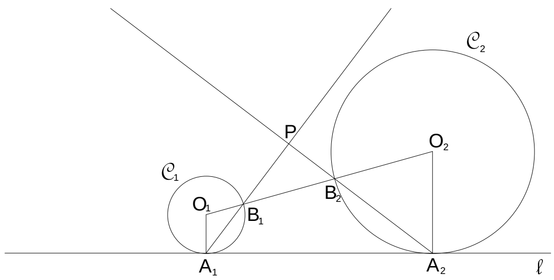
Sugestões para a resolução dos problemas

4. No final de cada distribuição quaisquer dois montes ou têm o mesmo número de cromos ou um deles tem mais um cromo do que o outro.

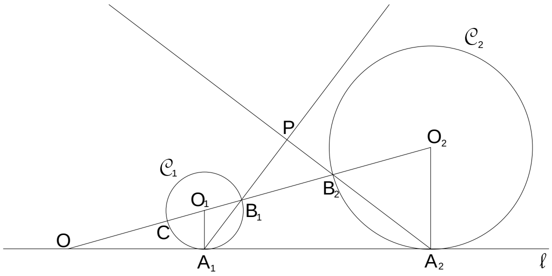
   Nos dois montes que sobraram no fim da última distribuição estavam 37 cromos, logo, o primeiro monte tinha 19 cromos e o segundo 18. Assim, o último monte também tinha 18 cromos e, portanto, antes da última divisão, o Gonçalo tinha $37+18=55$ cromos. Os 55 cromos estavam em 4 montes. Como $55=4\times 13+3$ conclui-se que 3 montes tinham 14 cromos e o último 13. Sendo assim, o monte que ele deu tinha 13 cromos e antes da segunda divisão havia $55+13=68$ cromos. Como $68=6\times 11+2$ esses 68 cromos estavam distribuídos por 2 montes de 12 cromos e 4 montes de 11 cromos.

   Portanto, o primeiro monte que foi dado ao Ricardo tinha 11 cromos e o Gonçalo tinha inicialmente $68+11=79$ cromos.

5. **Solução 1:** Seja P o ponto de intersecção das rectas A_1B_1 e A_2B_2. Uma vez que os triângulos $[O_1A_1B_1]$ e $[O_2B_2A_2]$ são isósceles, tem-se $O_1\hat{A}_1B_1 = A_1\hat{B}_1O_1$ e $O_2\hat{B}_2A_2 = B_2\hat{A}_2O_2$. Por outro lado, tem-se $A_1\hat{B}_1O_1 = P\hat{B}_1B_2$ e $O_2\hat{B}_2A_2 = P\hat{B}_2B_1$, porque são ângulos verticalmente opostos, logo também $P\hat{B}_1B_2 = O_1\hat{A}_1B_1$ e $P\hat{B}_2B_1 = B_2\hat{A}_2O_2$. Os raios $[O_1A_1]$ e $[O_2A_2]$ são perpendiculares a l, ou seja, $O_1\hat{A}_1B_1+P\hat{A}_1A_2=90^\circ$ e $O_2\hat{A}_2B_2+P\hat{A}_2A_1=90^\circ$. Adicionando estas duas igualdades membro a membro, obtém-se $O_1\hat{A}_1B_1+P\hat{A}_1A_2+O_2\hat{A}_2B_2+P\hat{A}_2A_1=180^\circ$, isto é, $P\hat{B}_1B_2+P\hat{A}_1A_2+P\hat{B}_2B_1+P\hat{A}_2A_1=180^\circ$. Mas $P\hat{B}_1B_2+P\hat{B}_2B_1=180^\circ-B_1\hat{P}B_2$ e $P\hat{A}_1A_2+P\hat{A}_2A_1=180^\circ-B_1\hat{P}B_2$, portanto $B_1\hat{P}B_2=90^\circ$. Conclui-se então que as rectas A_1B_1 e A_2B_2 são perpendiculares.



Solução 2: Sejam O o ponto de intersecção das rectas l e O_1O_2, P o ponto de intersecção das rectas A_1B_1 e A_2B_2 e C o ponto de intersecção da circunferência $\mathcal{C}_1$ com a recta O_1O_2. Da semelhança dos triângulos $[OA_1O_1]$ e $[OA_2O_2]$, tem-se $A_1\hat{O}_1O = A_2\hat{O}_2O$, ou seja, CA_1 tem a mesma amplitude que B_2A_2. Uma vez que o ângulo inscrito $\measuredangle A_1A_2B_2$ compreende o mesmo arco que o ângulo ao centro $\measuredangle A_2O_2O$, conclui-se que $A_1\hat{A}_2B_2=\frac{1}{2}A_2\hat{O}_2O=\frac{1}{2}A_1\hat{O}_1O$. Sendo $[CB1]$ um diâmetro de $\mathcal{C}_1$, tem-se $O\hat{O}_1A_1+A_1\hat{O}_1B_1=180^\circ$ e $B_1\hat{A}_1A_2=\frac{1}{2}A_1\hat{O}_1B_1=\frac{1}{2}(180^\circ-O\hat{O}_1A_1)=90^\circ-A_1\hat{A}_2B_2$. Portanto, $B_1\hat{A}_1A_2+A_1\hat{A}_2B_2=90^\circ$ e o triângulo $[A_1PA_2]$ é rectângulo em P. Conclui-se então que as rectas A_1B_1 e A_2B_2 são perpendiculares.



6. A Ana mede $1,55$ m, logo o aluno da coluna do João que estava inicialmente na fila da Ana mede menos do que $1,65$ m. Se, após a reordenação, um aluno estiver sentado à frente da Ana, não é mais alto do que ela e, por isso, o aluno da coluna do João que estava inicialmente na fila desse aluno mede menos do que $1,65$ m. Temos assim que, depois da reordenação, o João tem pelo menos tantos alunos sentados à sua frente como os que estão sentados à frente da Ana mais um. Conclui-se então que o João ficou sentado mais atrás do que a Ana e portanto não ficaram na mesma fila.