



# Olimpíadas Portuguesas de Matemática

XXIV OPM - Final - 2º dia - 1.04.2006 - Categoria A

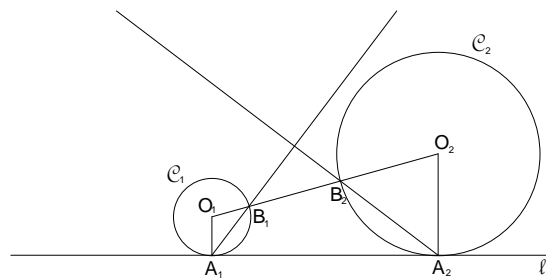
<http://www.spm.pt/~opm>

Duração: 3 horas

Cada questão vale 10 pontos

*Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.  
Não é permitido o uso de calculadoras.*

4. O Gonçalo distribuiu os cromos da sua colecção em 7 montes, pondo o primeiro cromo no primeiro monte, o segundo no segundo monte, e assim sucessivamente até acabar os cromos. De seguida deu o último monte ao Ricardo e distribuiu os restantes cromos por 5 montes da mesma maneira. Voltou a dar o último monte e distribuiu os cromos que sobraram por 3 montes. Deu mais uma vez o último monte ao Ricardo e ficou com 37 cromos. Quantos cromos tinha inicialmente o Gonçalo?
5. Na figura seguinte as circunferências  $\mathcal{C}_1$  e  $\mathcal{C}_2$ , com centros nos pontos  $O_1$  e  $O_2$ , intersectam a recta  $l$  nos pontos  $A_1$  e  $A_2$ , respectivamente. Os raios  $[O_1A_1]$  e  $[O_2A_2]$  são perpendiculares a  $l$  e  $[O_1O_2]$  intersecta  $\mathcal{C}_1$  e  $\mathcal{C}_2$  nos pontos  $B_1$  e  $B_2$ , respectivamente. Mostra que as rectas  $A_1B_1$  e  $A_2B_2$  são perpendiculares.



6. O João mede 1,67 m de altura e a sua colega de turma Ana mede 1,55 m. Os alunos dessa turma estavam sentados em 5 filas de 7 alunos e em cada fila a diferença de alturas entre quaisquer dois alunos era inferior a 10 cm. Um professor reordenou os 5 alunos de cada coluna de modo a que ficassem sentados por ordem crescente de alturas. Será possível que o João e a Ana tenham ficado sentados os dois na mesma fila?