

# Olimpíadas Portuguesas de Matemática

XXIII OPM - Final - 1º dia - 18.03.2005 - Categoria A

<http://www.spm.pt/~opm>

Duração: 3 horas  
Questão 1: 16 pontos  
Questões 2, 3: 7 pontos cada

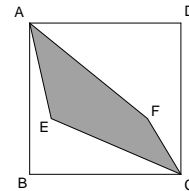
*Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos. Não é permitido o uso de calculadoras.*

1. Em cada uma das alíneas seguintes escolhe a opção correcta, justificando a tua escolha.

(a) A minha calculadora está avariada, pois ao somar dois números só aparece no visor o algarismo das unidades do resultado. Por exemplo, quando somo 6 e 7 aparece 3 no visor. Construí uma lista com 2005 algarismos 8, 6, 4, 0, 4, 4, 8, 2, 0, ... da seguinte forma: o terceiro algarismo da lista e os seguintes são o resultado da soma dos dois algarismos anteriores, como aparece no visor da minha calculadora. Qual é o último algarismo desta lista?

- A) 0      B) 2      C) 4      D) 6      E) 8

(b) O quadrado da figura tem 6 cm de lado,  $[EF]$  é paralelo a um dos lados e a área da região sombreada é a terça parte da área do quadrado. Qual é o comprimento de  $[EF]$ ?



- A) 3,6 cm    B) 3,8 cm    C) 4 cm    D) 4,8 cm    E) 5 cm

(c) Decidi contar uma anedota hoje a uma pessoa e amanhã a duas. Pedirei a cada uma dessas pessoas que conte essa anedota apenas a uma pessoa no dia seguinte, a mais duas pessoas no dia seguinte a esse e que formule este mesmo pedido a todas elas. Ao fim de uma semana quantas pessoas, no máximo, conhecerão a anedota?

- A) 21      B) 84      C) 85      D) 160      E) 170

(d) Na segunda-feira faltaram às aulas 15 alunos, na terça 12 e 9 na quarta. Nestes três dias faltaram às aulas, pelo menos um dia, 22 alunos. Quantos alunos, no máximo, faltaram os três dias?

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 8      E) 9

2. Sabendo que os comprimentos dos lados de um triângulo rectângulo são números inteiros e que a sua área é  $6 \text{ cm}^2$ , qual é o comprimento do raio do círculo nele inscrito?

3. Numa fila para um concerto do Super Rock Pop estavam 2005 pessoas. Com o objectivo de oferecer 3 entradas para o "backstage", pediu-se à primeira pessoa da fila que gritasse "Super", à segunda "Rock", à terceira "Pop", à quarta "Super", à quinta "Rock", à sexta "Pop" e assim sucessivamente. Quem disse "Rock" ou "Pop" foi eliminado. Repetiu-se este processo, sempre a partir da primeira pessoa da nova fila, até restarem apenas 3 pessoas. Em que posições se encontravam no início essas pessoas?