Sugestões para a resolução de problemas

4. Como só existe uma pedra circular, dispor as pedras em círculo corresponde a definir a posição das pedras triangulares e quadradas relativamente à pedra circular, alterando a ordem das 2 formas, ou trocando, para cada forma, a ordem das cores. Existem 2 maneiras diferentes de ordenar as formas. Como há 2 pedras quadradas de cores diferentes, há 2 disposições diferentes para estas pedras. Quanto às pedras triangulares, existem 6 posições possíveis para a pedra amarela, pelo que restam $\frac{5\times 4}{2} = 10$ disposições possíveis para as pedras azuis, ficando também determinadas as posições das pedras vermelhas. Conclui-se que o número de disposições diferentes para as pedras triangulares é $6 \times 10 = 60$.

   Portanto, existem $2 \times 2 \times 60 = 240$ disposições diferentes nas condições do enunciado.

5. Sejam a e b as idades dos irmãos quando escreveram as suas idades pela primeira vez e seja p a idade do pai na mesma data. Ao escrever b a seguir a a forma-se o número $100a + b$. Assim, tem-se $100a + b = p^2$ e $100(a + 9) + (b + 9) = (p + 9)^2$. Desenvolvendo a última igualdade, vem

$$100a + b + 909 = p^2 + 18p + 81,$$

   logo, atendendo a que $100a + b = p^2$, tem-se

$$909 = 18p + 81,$$

   donde

$$p = \frac{909 - 81}{18} = 46.$$

   Como $46^2 = 2116$, conclui-se que os irmãos têm uma diferença de idade de $21 - 16 = 5$ anos.

6. Sejam O o centro da circunferência e P o ponto de intersecção de $[AD]$ com $[OB]$. Note-se que $A\hat{O}B = \frac{\pi}{5}$, $B\hat{O}D = \frac{2\pi}{5}$ e $A\hat{O}D = \frac{3\pi}{5}$. Uma vez que $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OD} = 50$, os triângulos $[AOB]$ e $[AOD]$ são isósceles, logo $B\hat{A}O = O\hat{B}A = \frac{2\pi}{5}$ e $D\hat{A}O = O\hat{D}A = \frac{\pi}{5}$. Assim, conclui-se que $B\hat{A}P = \frac{\pi}{5}$ e, por isso, $A\hat{P}B = \frac{2\pi}{5}$. Como $\measuredangle PBA = \measuredangle APB$, o triângulo $[APB]$ é isósceles com $\overline{AP} = \overline{AB}$. Por outro lado, $D\hat{P}O = \frac{2\pi}{5} = P\hat{O}D$, ou seja, o triângulo $[ODP]$ é isósceles com $\overline{PD} = \overline{OD} = 50$. Deste modo, conclui-se que

$$\overline{AD} - \overline{AB} = \overline{AD} - \overline{AP} = \overline{PD} = 50.$$

   O percurso descrito pela Figura 1 mede $10\overline{AB}$ e o percurso representado na Figura 2 mede $10\overline{AD}$, logo, este ano, o padre irá andar mais $10\overline{AD} - 10\overline{AB} = 500$ metros.