

OLIMPÍADAS NACIONAIS DE MATEMÁTICA

Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos. Não é permitido o uso de calculadoras.

Duração: 3 horas

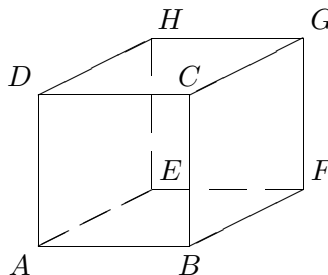
Cada questão vale 10 pontos

[Soluções](#)

1. Um teste tem vinte perguntas. São atribuídos sete pontos por cada resposta correcta, deduzidos dois pontos por cada resposta incorrecta e não é atribuído nem deduzido nenhum ponto por cada pergunta não respondida. A Joana obteve 87 pontos. A quantas perguntas não respondeu?

[Solução](#)

2. Considera o cubo



e denota por, respectivamente, M e N os pontos médios de $[AB]$ e $[CD]$. Sejam P um ponto sobre a recta definida por $[AE]$ e Q o ponto de intersecção das rectas definidas por $[PM]$ e $[BF]$.

Prova que o triângulo $[PQN]$ é isósceles.

[Solução](#)

3. No país Abaliba existem vinte cidades e duas companhias de aviação, *Aviões Azuis* e *Aviões Vermelhos*. Os vôos estão planeados do seguinte modo:

- Dadas duas quaisquer cidades, uma e uma só das duas companhias realiza vôos directos (em ambos os sentidos e sem paragens) entre as duas cidades.

Além disso:

- Existem duas cidades A e B entre as quais não é possível voar (com possíveis paragens) usando somente *Aviões Vermelhos*.

Mostra que, dadas duas quaisquer cidades, um passageiro pode viajar de uma para a outra usando somente *Aviões Azuis* fazendo, no máximo, uma paragem numa terceira cidade.

[Solução](#)