



OLIMPÍADAS NACIONAIS DE MATEMÁTICA

Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.
Não é permitido o uso de calculadoras.

Duração: 2 horas

Cada questão vale 10 pontos

[Soluções](#)

1. Qual a soma dos algarismos do número que se obtém elevando ao quadrado $5 \underbrace{00 \dots 00}_{1997 \text{ zeros}} 1$?

[Solução](#)

2. O campeonato de futebol do Condado Portucalense de 1996 foi disputado por 6 clubes. Cada um deles disputou exactamente um jogo com cada um dos outros cinco. A tabela seguinte indica a classificação final do campeonato, no qual se atribuíram 3 pontos por vitória, 1 ponto por empate e 0 pontos por derrota:

CLUBE	Vitórias	Pontos
Porto	3	10
Boavista	2	8
Guimarães	2	7
Salgueiros	1	6
Braga	1	4
Leça	?	4

- (a) Mostra que o Leça não ganhou nenhum jogo.
(b) Se o Porto ganhou ao Leça, com quem é que o Salgueiros empatou?

[Solução](#)

3. Seja $[ABC]$ um triângulo inscrito numa circunferência. As bissetrizes dos ângulos internos do triângulo em A , B e C intersectam a circunferência nos pontos D , E e F , respectivamente. Mostra que os segmentos de recta $[AD]$ e $[EF]$ são perpendiculares.

[Solução](#)

4. Na Terra é possível viajar de avião entre duas capitais quaisquer; se não há vôo directo, há pelo menos um indirecto, passando por alguma ou algumas outras capitais. Havendo vôo directo da capital A para a capital B também há vôo directo de B para A . Um *itinerário* é uma rota aérea entre duas capitais que passa, não mais do que uma vez, por cada capital intermédia. A *longitude* de um itinerário é o número total de capitais que atravessa, contando a de chegada e não contando a de saída.

Seja M a longitude máxima que um itinerário pode ter. Prova que dois itinerários de longitude igual a M têm que ter, pelo menos, uma capital em comum.

[Solução](#)