



OLIMPÍADAS NACIONAIS DE MATEMÁTICA

Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos. Não é permitido o uso de calculadoras.

Duração: 3 horas

Cada questão vale 10 pontos

[Soluções](#)

1. Considera um quadrado sobre a hipotenusa de um triângulo rectângulo $[ABC]$ (rectângulo em B). Mostra que o segmento de recta que une o vértice B com o centro do quadrado faz ângulos de 45° com ambos os catetos do triângulo.

[Solução](#)

2. Mostra que dados três números positivos, podemos escolher dois deles, digamos x e y , com $x > y$ tais que

$$\frac{x - y}{1 + xy} < 1.$$

Mostra ainda que se o número 1 que surge no segundo membro da desigualdade anterior for substituído por um número inferior, mesmo que muito próximo de 1, a proposição anterior é falsa.

[Solução](#)

3. Uma caixa contém 900 cartões numerados de 100 a 999. O Paulo tira ao acaso um certo número de cartões da caixa e calcula, para cada cartão, a soma dos algarismos nele escritos. Quantos cartões necessita o Paulo de tirar da caixa para ter a certeza de encontrar pelo menos três cartões cujas somas dos algarismos são iguais?

[Solução](#)