

OLIMPIADAS NACIONAIS DE MATEMÁTICA

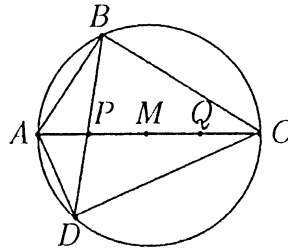
Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.  
Não é permitido o uso de calculadoras.

Duração: 3 horas

Cada questão vale 10 pontos

[Soluções](#)

4. O diâmetro  $[AC]$  de um círculo é dividido em quatro segmentos iguais pelos pontos  $P$ ,  $M$  e  $Q$ . Considera um segmento  $[BD]$  que passa por  $P$  e corta a circunferência em  $B$  e  $D$ , tal que  $\overline{PD} = \frac{3}{2} \overline{AP}$ . Sabendo que a área do triângulo  $[ABP]$  mede  $1 \text{ cm}^2$ , calcula a área do quadrilátero  $[ABCD]$ .



[Solução](#)

5. A Rosa dos Ventos, a Aurora Boreal e a Manuela do Norte organizaram no passado fim de semana uma competição entre elas, consistindo em várias provas de atletismo. A vencedora em cada prova obteve  $x$  pontos, a segunda classificada  $y$  pontos e a terceira classificada  $z$  pontos ( $x, y, z \in \mathbb{N}$  e  $x > y > z$ ). O resultado final da competição, obtido por soma das pontuações em cada prova, foi

Rosa	22 pontos
Manuela	9 pontos
Aurora	9 pontos

Em quantas provas competiram e quem ficou em segundo lugar no salto em altura sabendo que a Manuela ganhou os 100 metros e que ninguém desistiu em nenhuma prova?

[Solução](#)

6. Demonstra que um número real  $x$  é racional se e só se a sucessão

$$x, x + 1, x + 2, x + 3, \dots, x + n, \dots$$

contém, pelo menos, três termos em progressão geométrica.

[Solução](#)