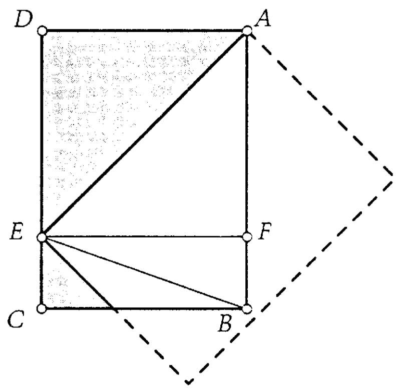
OLIMPÍADAS NACIONAIS DE MATEMÁTICA

6/5/94

SUGESTÕES para a resolução dos problemas

---

1. Na figura, o segmento EF mostra claramente que a área do triângulo $[ABE]$ é igual a metade da área do rectângulo $[ABCD]$. Portanto a área coberta é maior.



2. Não, é impossível: se a soma dos elementos em cada linha fosse ímpar e como o número de linhas é ímpar então a soma dos dez números seria ímpar. Mas, por outro lado, como cada número apareceria, na soma total, duas vezes, esta teria que ser um número par, o que é contraditório.

3. Seja n a solução que procuramos e $p_1^{\alpha_1} \times \ldots \times p_k^{\alpha_k}$ a sua factorização em números primos. É claro que o número de divisores de n é igual a $(\alpha_1 + 1) \times \ldots \times (\alpha_k + 1)$. Então temos

$$(\alpha_1 + 1) \times \ldots \times (\alpha_k + 1) = 10$$

que tem como soluções $k = 1$ e $\alpha_1 = 9$ ou $k = 2, \alpha_1 = 1$ e $\alpha_2 = 4$ ou $k = 2, \alpha_1 = 4$ e $\alpha_2 = 1$. Basta-nos portanto considerar números da forma p_1^9 e $p_1 p_2^4$. Os menores números desta forma são obviamente $2^9 = 512$ e $3 \times 2^4 = 48$. Portanto $n = 48$.